

1. Resuelve la siguiente ecuación $\log^2 x - 5 \log x = 6$, donde \log se refiere a logaritmo neperiano. Solución: e^6 y e^{-1} .
2. Descomponer el número 25 en dos partes, tales que el cuadrado de la primera más el doble de la segunda sea un mínimo. Solución: $25 = 1 + 24$
3. Calcula la siguiente integral impropia: $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$. Solución: ∞
4. Calcula las dos derivadas parciales de la siguiente función de dos variables: $f(x, y) = \frac{e^{xy}}{\cos(x^2y + xy^2)}$

Solución:

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = \frac{e^{xy}(y \cos(x^2y + xy^2) + (2xy + y^2) \sin(x^2y + xy^2))}{\cos^2(x^2y + xy^2)},$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = \frac{e^{xy}(x \cos(x^2y + xy^2) + (x^2 + 2xy) \sin(x^2y + xy^2))}{\cos^2(x^2y + xy^2)}$$

5. Estudiar para qué valores reales de α la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 - \alpha \\ 0 & 1 & \alpha \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ es diagonalizable. Solución: ningún valor de α .
6. Halla de forma numérica con la fórmula de Simpson el área comprendida entre el eje x , las rectas $x = 0$ y $x = 6$ y la función $f(x) = e^{-(x-3)^2}$. Solución: 0,2502
7. La descomposición de cierta sustancia bajo la influencia de un catalizador viene dada por la ecuación diferencial:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{-1}{1 + 2x}$$

donde $x(t)$ es la concentración de producto en el instante t (medido en segundos).

- (a) Resuelve la ecuación diferencial. Solución: $x + x^2 = -t + C$
 - (b) Si para $t = 0$ la concentración inicial es $x(0) = 10$, determina la concentración al cabo de 1 minuto. Solución: $x(60) = 3,0707$
8. Para comprobar la calidad de una máquina que produce bolas de acero se ha estudiado el diámetro de las bolas que produce, llegándose a la conclusión de que la variable aleatoria $X =$ "diámetro (en mm) de una bola elegida al azar" sigue una distribución $N(10; 1)$.
 - (a) Calcula la probabilidad de que una bola tenga un diámetro mayor de 9 mm. Solución: 0,8413
 - (b) Calcula la probabilidad de que mida entre 7 y 9 mm. Solución: 0,1574

Criterios de corrección: los ejercicios del 1 al 6 y cada apartado de los ejercicios 7 y 8 valen 1 punto, si está bien 1, si está mal 0.