Evaluación para el Acceso a la Universidad
Convocatoria de 2018
Materia:
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B.
Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora.

Propuesta A

1. En una nave industrial se realiza el montaje de dos tipos de bicicletas: de paseo y de montaña. Para cada jornada de trabajo tenemos las siguientes restricciones: El número de bicicletas de paseo montadas debe estar entre 1 y 2. El número de bicicletas de montaña montadas debe estar entre 3 y 6. Si al triple de bicicletas de paseo montadas sumamos el número de bicicletas de montaña montadas, el resultado debe ser al menos 9.

El montaje de una bicicleta de paseo precisa una hora, mientras que el de una bicicleta de montaña necesita dos horas. Pretendemos cumplir todas las condiciones expuestas en un tiempo mínimo. Para ello se pide:

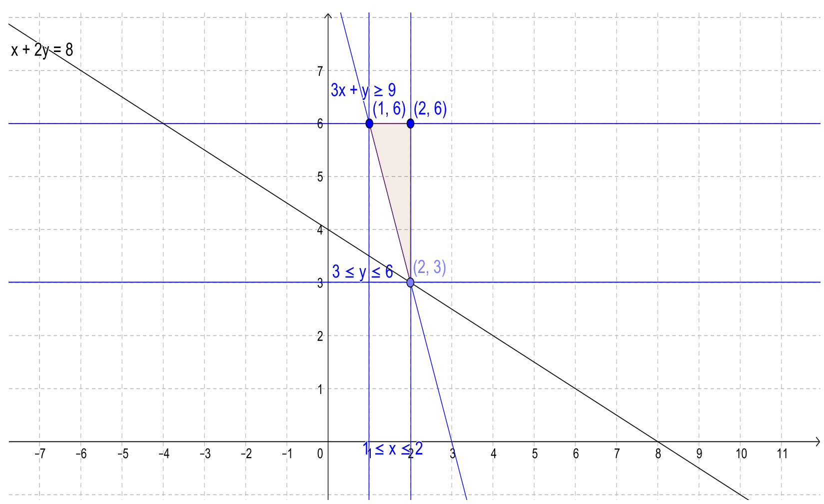
a) Expresa la función objetivo. (0.25 ptos)

b) Escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. (0.5 ptos)

c) Halla el número de bicicletas de cada clase que se deben montar para que se cumplan todas las condiciones en un tiempo mínimo, y calcula cuál será ese tiempo mínimo. (0.75 ptos)

Solución:

a) Si llamamos x al número de bicicletas de paseo e y al número de bicicletas de montaña, tenemos que la función objetivo será: $F(x, y) = x + 2y$ (0.25 puntos)



b) Restricciones: $\begin{array}{l} (I)\ \ 1 \leq x \leq 2 \\ (II)\ 3 \leq y \leq 6 \\ (III)\ 3x + y \geq 9 \end{array}$

(0.5 puntos)

c) Los vértices son (1,6) , (2,6) y (2,3) y el óptimo es el (2,3) con valor igual a 8.

Dos bicicletas de paseo y tres de montaña sería el mínimo, se harían en 8 horas. (0.75 puntos)

2. Las acciones de tres empresas, A, B y C, tienen los siguientes valores:

Empresa A: 20 euros por acción; Empresa B: 25 euros por acción; Empresa C: 40 euros por acción.

Hemos gastado 7000 euros en comprar acciones de estas tres empresas. Las acciones compradas de la empresa A son la mitad de la suma de las compradas de B y C. En total hemos comprado 255 acciones, exclusivamente de estas tres empresas.

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántas acciones hemos comprado de cada empresa. (1.5 ptos)

b) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 ptos)

Solución:

a) x = nº de acciones de A. ; y = nº de acciones de B. ; z = nº de acciones de C.

$$\begin{array}{l} (I) \quad 20\,x + 25\,y + 40\,z = 7000 \\ (II) \quad x = \frac{y+z}{2} \;\rightarrow\; 2\,x - y - z = 0 \\ (III) \; x + y + z = 255 \end{array}$$

Por cada ecuación bien planteada (0.5 puntos)

b) La solución es: x = 85 acciones de A ; y = 100 acciones de B ; z = 70 acciones de C.

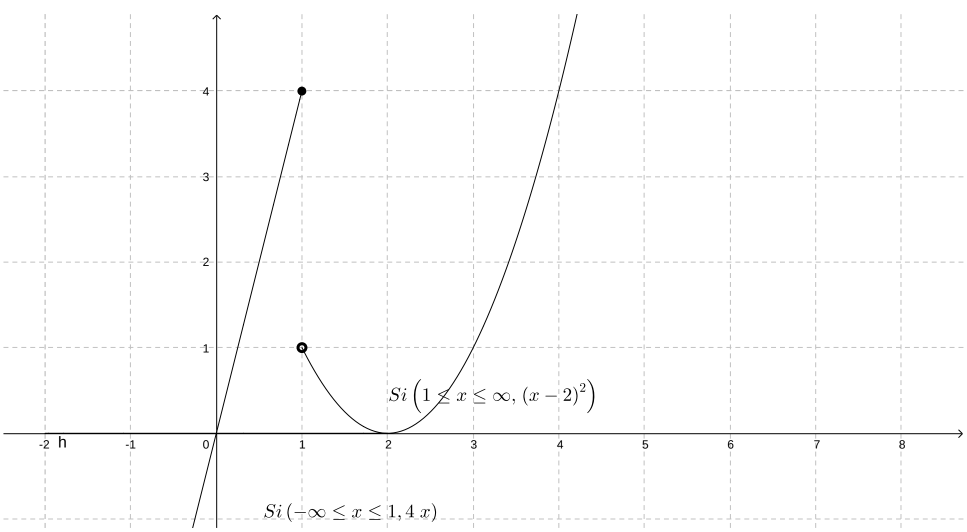
La solución correcta del sistema planteado en a) 0.5 puntos.

3. Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 4x - t & \text{si } x \leq 1 \\ (x-2)^2 + t & \text{si } x > 1 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de t la función $f(x)$ es continua en x = 1? (0.5 ptos)

b) Para $t = 0$, representa gráficamente la función f. (1 pto)

Solución:



a) Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese punto con sus límites laterales. Saber condiciones (0.25 ptos)

Cálculo correcto del valor, t=(3/2) (0.25 ptos)

b) 0.5 ptos por cada trozo bien dibujado. Todo correcto 1 pto.

4. De la función $G(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ sabemos que tiene un punto de inflexión en (2, - 44) y un mínimo relativo en el punto de abscisa (x=6). Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros a, b y c (1.5 ptos).

Solución:

Si pasa por (2 , - 44) : $\Rightarrow F\ (2) = -44 \Rightarrow -44 = 8a + 4b + 2c \Rightarrow -22 = 4a + 2b + c \quad (I)$ (0.25 puntos)

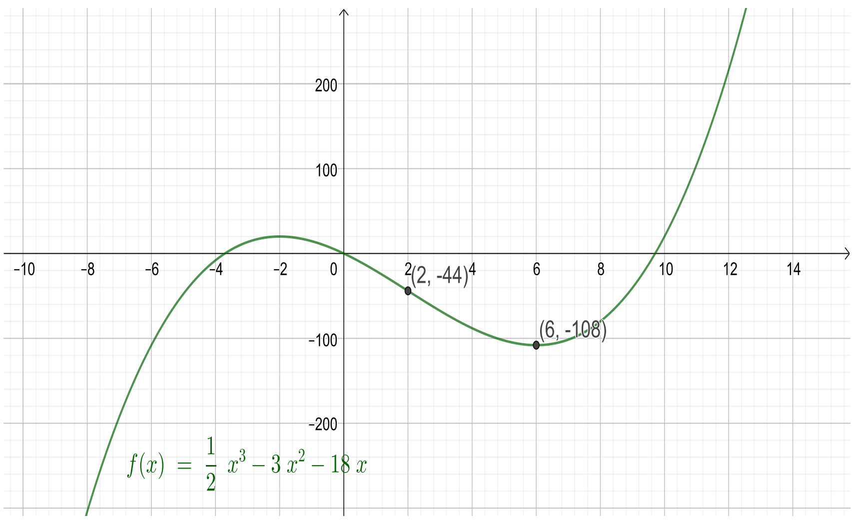
Realizamos la derivada primera: $G'\ (x) = 3ax^2 + 2bx + c$ y si tenemos en cuenta que en x = 6 hay un mínimo relativo:

$G'\ (6) = 108a + 12b + c = 0 \Rightarrow \ 0 = 108a + 12b + c\ (II)$ (0.25 puntos)

Realizamos la derivada segunda y tenemos en cuenta que (2 , - 44) es un punto de inflexión: $G''\ (x) = 6ax + 2b \quad si \quad G''\ (2) = 0 \quad tenemos: \quad 0 = 12a + 2b \quad (III)$ (0.25 puntos)

Restando (II) – (I) tenemos: $22 = 104a + 10b$ y multiplicando por - 5 la ecuación número (III): $0 = -60a - 10b$ con lo cual obtenemos: $22 = 44a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1}{2}$ (0.5 puntos)

Y en consecuencia: b = -3 ; c = - 18, la función buscada es: $G\ (x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 - 18x$. Todo correcto 1.5 puntos.



5. En un municipio el 40 % de los habitantes son aficionados a la lectura, el 50 % al cine, y al 70 % les gusta el cine o la lectura o ambas cosas.

a) Se elige un habitante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que le guste la lectura y el cine? (0.75 ptos)

b) Si elegimos un habitante al azar y le gusta el cine, ¿cuál es la probabilidad de que le guste la lectura? (0.75 ptos)

Solución:

a) L= le gusta la lectura; C=le gusta el cine; P(L)=0.40; P(C)=0.50; P (L ó C)=0.7;

P(L y C)=P(L)+P(C)-P(L ó C)=0.4+0.5-0.7=0.2. (0.75 ptos)

b)

P(L/C)=P(L y C)/P(C)=0.2/0.5=0.4 (0.75 ptos)

6. Se desea investigar la resistencia en Kg/cm^2 de cierto material suministrado por un proveedor, se sabe que esa resistencia sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica σ =15 Kg/cm^2. Se tomó una muestra aleatoria de 400 elementos de ese material y se comprobó que la resistencia media de dicha muestra era de 110 Kg/cm^2.

a) Halla un intervalo de confianza para la media poblacional de la resistencia de ese material, con un nivel de confianza del 95 %. (1 pto)

b) Explica razonadamente el efecto que tendría sobre el intervalo de confianza el aumento o la disminución del nivel de confianza. (0.5 ptos)

c) ¿Se puede admitir que la media de resistencia μ del material pueda ser de 111 kg/cm^2 con una confianza del 95 %? Razona tu respuesta. (0.5 ptos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

a) Del enunciado se deduce: $\bar{x} =$ 110 Kg/cm^2 $\quad n = 400$ σ = 15 Kg/cm^2

1- α = 0,95 $\quad Z_{\frac{\alpha}{2}}$=1,96 (0.25 ptos)

IC=($\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $\quad \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$) (0.25 ptos)

IC= (110 - 1,96$\frac{15}{\sqrt{400}}$, 110 + 1,96 $\frac{15}{\sqrt{400}}$) =(108,53 , 111,47) (0.5 ptos)

b) Al aumentar el nivel de confianza, aumenta la amplitud del intervalo (0.25 puntos), y al disminuir el nivel de confianza, disminuye la amplitud del intervalo. (0.25 ptos)

c) Sí, ya que 111 se encuentra dentro del intervalo de confianza al 95 %. (0.5 ptos)

Propuesta B

1. a) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ se pide que compruebes que su cuadrado coincide con su inversa, es decir: $A^2 = A^{-1}$. (0.75 ptos)

b) Calcula A^3 y A^4. (0.75 ptos)

Solución:

a) $A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ (0.25 puntos)

Calculo de la inversa de A= $\begin{pmatrix} -3 & -7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ (0.25 puntos)

Y se comprueba que: $\begin{pmatrix} -3 & -7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$ luego es $A^2 = A^{-1}$ (0.25 puntos)

b) Será $A^3 = A^2 \cdot A = A^{-1} \cdot A = I$ (0.5 puntos)

$A^4 = A^3 \cdot A = I \cdot A = A$ (0.25 puntos)

2. Hemos gastado 7000 euros en comprar 85 acciones de la empresa A, 100 acciones de la empresa B y 70 acciones de la empresa C. El valor de una acción de la empresa C es el doble que el de una acción de la empresa A. El valor de una acción de la empresa B supera en 5 euros al de una acción de la empresa A.

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuál es el valor de una acción de cada una de las empresas mencionadas. (1.5 ptos)

b) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 ptos)

Solución:

x = valor de una acción de A. ; y = valor de una acción de B. ; z = valor de una acción de C.

$$\begin{array}{ll} (I) & 85x + 100y + 70z = 7000 \\ (II) & z = 2x \;\rightarrow\; -2x + z = 0 \\ (III) & x + 5 = y \;\rightarrow\; x - y = -5 \end{array}$$

Por cada ecuación bien planteada (0.5 puntos)

b) La solución es: x = 20 euros ; y = 25 euros ; z = 40 euros. La solución correcta del sistema planteado en a) 0.5 puntos.

3. Se considera la función $f(x) = \begin{cases} |x| + 5t & \text{si } x \leq 0 \\ (x+t)^2 - 10x & \text{si } x > 0 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de t la función $f(x)$ es continua en x=0? (0.5 ptos)

b) Para $t = 2$, calcula los extremos relativos de la función $f(x)$ en el intervalo $(0, +\infty)$. (0.5 ptos)

c) Para $t = 2$, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ en $(0, +\infty)$. (0.5 ptos)

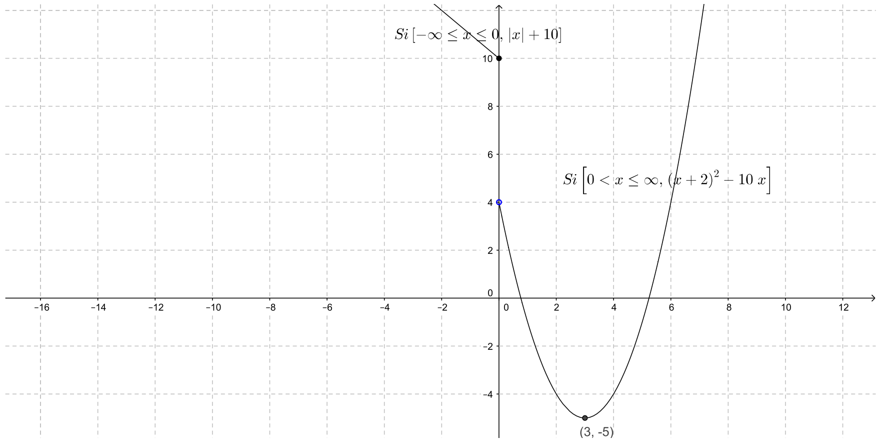
Solución:

a) Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese pto con sus límites laterales. Saber condiciones. (0.25 ptos)

Cálculo correcto del valor, t=5 ó t=0. (0.25 ptos)

b) Saber condiciones de extremo (0.25 ptos) Tiene un mínimo en (3,-5) (0.25 ptos)

c) En (0,3) es decreciente y en (3,+∞) es creciente. (0.5 ptos)



4. Cierto club de fútbol acaba de cumplir 25 años de existencia. A lo largo de este tiempo su número de socios se ha ajustado a la función: $S(x) = -\frac{1}{3}\,x^3 \ + \ \frac{21}{2}\,x^2 \ - \ 54\,x \ + \ 180$

Donde x está en años, con $0 \leq \ x \ \leq \ 25$, y $S(x)$ está en cientos de socios. Se pide:

a) Calcula cuántos socios tiene el club en su inicio ($x = 0$) y cuántos en este momento ($x = 25$). (0.5 ptos)

b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento del número de socios a lo largo de estos 25 años. (0.5 ptos)

c) Determina cuándo ha tenido el club su número máximo de socios y su número mínimo de socios, y cuántos socios tuvo en cada uno de esos momentos. (0.5 ptos)

Solución:

a) $S\ (\,0\,)\ =\ 180\ \ (\,18000\ \mathit{socios}\,)$ (0.25 puntos)

$S\ (\,25\,)\ =\ 184,1666\ \ (\,18416,666\ \mathit{socios}\ )$ (0.25 puntos)

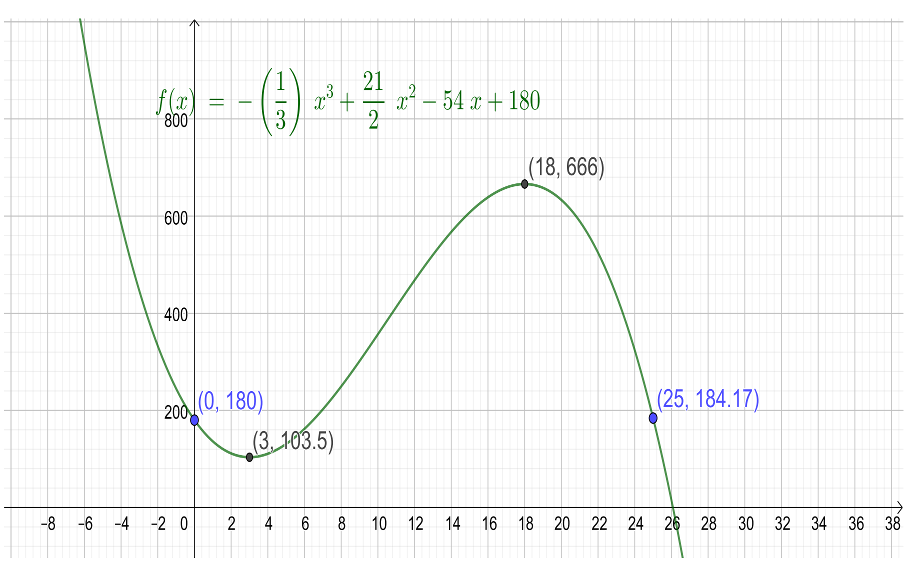
b) $S'\,(\,x\,)\ =\ -x^2\ +\ 21x\ -\ 54\ = -\,x^2\ +\ 21\,x\ -\ 54\ = -\ (\,x\ -3\,)\ (\,x\ -\ 18\,)$ si analizamos el signo de esta expresión comprobamos que : $\left\{ \begin{array}{l} \mathit{decrece}: \ \ (\,0\,,\,3\,)\ \bigcup\ (\,18\,,\,25\,) \\ \mathit{crece}: \ \ (\,3\,,\,18\,) \end{array} \right.$ (0.5 puntos)

c)

Para obtener los extremos relativos:

$$S'\ (\,x\,)\ =\ 0\ \ \Rightarrow\ \left\{ \begin{array}{l} x\ =\ 3 \\ x\ =\ 18 \end{array} \right. \qquad S''\ (\,x\,)\ =\ -\ 2\,x\ +\ 21\ \ \Rightarrow\ \left\{ \begin{array}{l} S''\,(\,3\,)\ =\ 15\ >\ 0\ \Rightarrow\ \text{mínimo} \\ S''\,(\,18\,)\ =\ -15\ <\ 0\ \Rightarrow\ \text{máximo} \end{array} \right.$$

El mínimo se produjo a los 3 años, con S(3) =103.5 (10350 socios), y el máximo a los 18 años, con S(18)= 666 (66600 socios). (0.5 puntos)



5. En un cierto banco el 5 % de los créditos concedidos son para la compra de una motocicleta. De los créditos concedidos para la compra de una motocicleta, el 40 % resultan impagados. Del resto de créditos concedidos que no son para la compra de una motocicleta, se sabe que el 10 % de ellos resultan impagados.

a) Calcula la probabilidad de que elegido un crédito al azar sea de los impagados. (0.75 ptos)

b) Sabiendo que un crédito se ha pagado, ¿cuál es la probabilidad de que el crédito fuera para una motocicleta? (0.75 ptos)

Solución:

a) P(M)=0.05; P(I/M)=0.4; P(I/no M)=0.1

P(I)=P(I/M)*P(M)+P(I/No M)*P(No M)=0.4*0.05+0.1*0.95=0.115 (0.75 ptos)

b) P(M/P)=P(M y P)/P(P)=P(P/M)*P(M)/P(P)=(0.6*0.05)/(1-0.115)=0.033898305 (0.75 ptos)

6. Una empresa quiere estudiar cada cuánto tiempo los clientes vuelven a comprar ropa de su marca, sabe que el tiempo entre compras se distribuye según una normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 4$ días. Se tomó una muestra aleatoria de 10 clientes y se comprobó que el tiempo hasta la siguiente compra fue de 50, 58, 59, 60, 62, 63, 64, 65, 68 y 71 días respectivamente.

a) Halla el intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo entre compras de esta marca, con un nivel de confianza del 95 %. (1 pto)

b) Explica razonadamente, cómo podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza, con el mismo nivel de confianza. (0.5 ptos)

c) ¿Crees que la media poblacional μ del tiempo entre compras puede ser 64 días con una probabilidad del 99 %? Razona tu respuesta. (0.5 ptos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

Solución:

a) La media muestral es:

$\bar{x} = \frac{50+58+59+60+62+63+64+65+68+71}{10} = 62$ días

Del enunciado se deduce: $n = 10$ y $\sigma = 4$ días

1- $\alpha = 0{,}95 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}}=1{,}96$ (0.25 ptos)

IC= $\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$ (0.25 ptos)

IC= $\left(62 - 1.96\frac{4}{\sqrt{10}}, \quad 62 + 1{,}96 \frac{4}{\sqrt{10}}\right) = (59.521 , 64.479)$ (0.5 ptos)

b) Aumentando el tamaño de la muestra. (0.5 ptos)

c) Si el intervalo al 95 % es (59.521,64.479) al 99 % será más ancho con lo que 64 sí pertenecerá al intervalo de confianza al 99 %. (0.5 ptos)