Evaluación para el Acceso a la Universidad
Convocatoria de 2019
Materia:
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B.
Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora.

Propuesta A

1. *En una tienda de comida a granel tienen a la venta tres tipos de judías secas: blancas, canela y pintas. Estas se venden a 2.75, 3 y 2.50 euros el kilogramo, respectivamente. Ayer se vendieron 40 kilos en total por un valor de 111.5 euros. La suma de los kilogramos de judías blancas y canela vendidas fueron el triple de las pintas.*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántos kilogramos de judías de cada tipo se vendieron. (1.5 ptos)

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 ptos)

Solución:

a) Sea x =nº de kilos de judías blancas, y =nº de kilos de judías canela y z =nº de kilos de judías pintas.

Obtenemos el sistema: Por cada ecuación bien planteada (0.5 ptos)

x+y+z=40

2.75x+3y+2.50z=111.5

x+y=3z

b) Con solución: $(x, y, z) = (14, 16, 10)$ kilogramos. Por la resolución correcta y razonada del sistema planteado en a) (0.5 ptos)

2. *En un taller se confeccionan prendas vaqueras con dos tipos de tejidos de distinta calidad (T_1, T_2). Disponen de 160 m^2 del tejido T_1 y 240 m^2 del tejido T_2. Hacen dos conjuntos: Uno con chaqueta y falda y otro con cazadora y pantalón. El primero utiliza 2 m^2 de T_1 y 2 m^2 de T_2, el conjunto del pantalón utiliza 1 m^2 de T_1 y 3 m^2 de T_2. El conjunto con falda cuesta 250 euros y el del pantalón 350 euros.*

a) Expresa la función objetivo. (0.25 ptos)

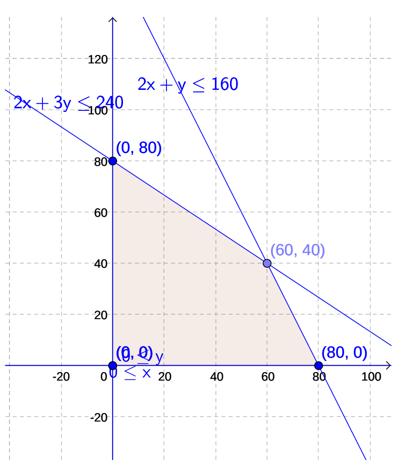
b) Escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. (1 pto).

c) Calcula el número de conjuntos de cada tipo que deben hacer para obtener máximas ganancias. (0.25 ptos)

Solución:

a) La función objetivo es $G(x, y) = 250x + 350y$ (0.25 ptos)

b) El conjunto de restricciones: $\left\{ \begin{array}{c} 2x + y \leq 160 \\ 2x + 3y \leq 240 \\ x \geq 0, \quad y \geq 0 \end{array} \right.$ Por plantear todas las ecuaciones correctamente (0.25 ptos)



Por dibujar las dos primeras (0.25 ptos) Por dibujar todo correcto(0.5 ptos)

c) Sustituyendo en la función los vértices del recinto: $G(0, 80) = 28000$, $G(80, 0) = 20000$ y $G(60, 40) = 29000$. El taller obtiene 29000 euros como ganancia máxima confeccionando 60 conjuntos de chaqueta y falda y 40 conjuntos de cazadora y pantalón. (0.25 ptos)

3. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} x+t & si\ x \leq -3 \\ 4 & si\ -3 < x < 3 \\ (x-4)^2 - 5 & si\ x \geq 3 \end{cases}$

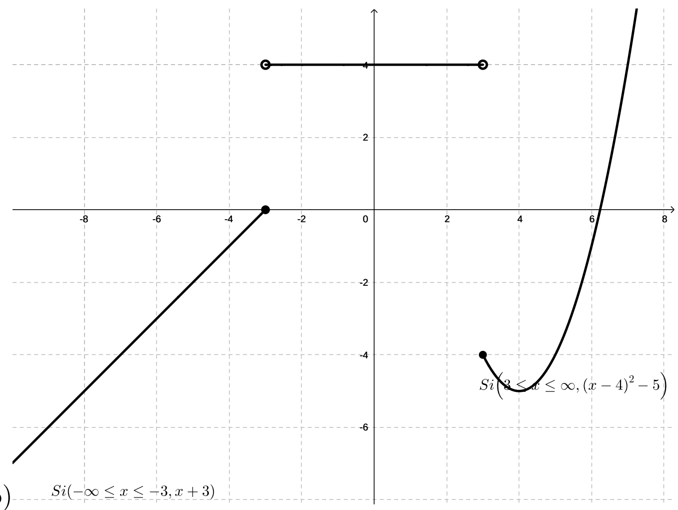
a) Halla el valor de t para que f sea continua en x = -3. (0.5 ptos)

b) Para t = 3, representa gráficamente la función f. (1 pto)

Solución:

a) Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese punto con sus límites laterales.

Saber condiciones (0.25 ptos) Cálculo correcto del valor, t=7 (0.25 ptos)

b) 

0.25 ptos por cada trozo bien dibujado. Todo correcto 1 pto.

4. *Sabemos que la función* $f(x) = ax^2 + bx + c$ *tiene un mínimo en el punto (1,1) y corta al eje de ordenadas en 4. Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros a, b y c. (1.5 ptos)*

Solución:

$f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow f'(x) = 2ax + b$ (0.25 ptos)

$$\begin{cases} f(0) = 4 (0.25 \text{ ptos}) \\ f(1) = 1 (0.25 \text{ ptos}) \\ f'(1) = 0 (0.25 \text{ ptos}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{c} = 4 \\ \text{a} + \text{b} + 4 = 1 \\ 2\text{a} + \text{b} = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{a} = 3,\ \text{b} = -6 \ (0.5 \text{ ptos})$$

5. *En una universidad el 40 % de los estudiantes son aficionados a la lectura, el 50 % al cine, y al 70 % les gusta el cine o la lectura o ambas cosas.*

a) Se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que le guste la lectura y el cine? (0.75 ptos)

b) Si elegimos un estudiante al azar y le gusta la lectura, ¿cuál es la probabilidad de que le guste el cine? (0.75 ptos)

Solución:

a) L= le gusta la lectura; C=le gusta el cine; P(L)=0.40; P(C)=0.50; P (L ó C)=0.7;

Plantear probabilidades (0.25 ptos)

P(L y C)=P(L)+P(C)-P(L ó C)=0.4+0.5-0.7=0.2. (0.5 ptos)

b) P(C/L)=P(L y C)/P(L)=0.2/0.4=0.5 (0.75 ptos)

6. *El tiempo de uso de móvil por día de los alumnos de un instituto sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica σ=20 minutos. Se eligió una muestra aleatoria de 36 alumnos y se observó que la media de tiempo usando el móvil para esa muestra era de 2 horas.*

a) Halla un intervalo de confianza para la media de tiempo de uso de móvil por día con un nivel de confianza del 95 %. (0.75 ptos)

b) ¿Se puede admitir que la media poblacional sea $\mu = 2.3$ horas con un nivel de confianza del 95 %? Explica razonadamente cómo se podría aumentar o disminuir la amplitud del intervalo. Razona tus respuestas. (0.5 ptos)

c) ¿Cuál sería el error máximo admisible si se hubiera utilizado una muestra de tamaño 100 y un nivel de confianza del 94.64 %? (0.75 ptos)

Solución:

a) Del enunciado se deduce: $\bar{x} =$ 2 horas, $n = 36$ $\sigma = 20$ minutos

1- α=0.95 $Z_{\frac{\alpha}{2}}$=1.96 (0.25 ptos)

IC=($\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $\bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$) (0.25 ptos)

IC= $(2- 1.96\frac{1/3}{\sqrt{36}}\ ,\ 2 + 1.96\ \frac{1/3}{\sqrt{36}}) = (1.8911\ ,\ 2.10888)$ (0.25 ptos)

b) No ya que 2.3$\notin$ (1.89111 , 2.1088) (0.25 ptos)

Al aumentar el nivel de confianza aumentaría la amplitud del intervalo, y al disminuir el nivel de confianza disminuiría la amplitud del intervalo de confianza. También con el mismo nivel de confianza si aumentamos el tamaño de la muestra, disminuye la amplitud del intervalo (0.25 ptos)

c) $1 - \alpha$ =0.9464, α=0.0536, $\Rightarrow \alpha/2$ =0.0268, $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ =1.93 (0.25 ptos)

Error máximo admisible, E= $Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$=1.93 $\frac{1/3}{\sqrt{100}}$ =0.06433 (0.5 ptos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

Propuesta B

1. *Dadas las matrices* $A = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ *y* $D = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

a) Calcula $A{\cdot}B - C^T$ *. (0.75 ptos)*

b) Comprueba que la matriz C *no tiene inversa y explica la razón por la que el producto* $D^2{\cdot}B$ *no puede ser realizado. (0.75 ptos)*

Solución:

a) $A{\cdot}B - C^T = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 15 \\ 4 & 2 & 10 \\ 8 & 4 & 20 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 15 \\ 4 & 3 & 8 \\ 6 & 6 & 16 \end{pmatrix}$

Cálculo correcto de A·B (0.25 ptos), traspuesta de C (0.25 ptos). Todo correcto (0.75 ptos)

b) La matriz C es singular, la tercera fila se obtiene si multiplicamos la segunda por -2, por lo tanto no existe la inversa de C^{-1}. Razonar que no tiene inversa (0.5 ptos)

$\dim(D) = \dim(D^2) = 2 \times 2$ y $\dim(B) = 1 \times 3$. Al no coincidir el número de columnas de D^2 con el número de filas de B la multiplicación no puede realizarse. Razonar que no se puede multiplicar (0.25 ptos)

2. *Los precios de un gimnasio son diferentes según la franja horaria dispuesta en tres turnos: mañana, mediodía y tarde. Este mes han acudido 150 personas por la mañana, 30 en la franja del mediodía y 270 por la tarde y el gimnasio ha ingresado un total de 15900 euros. La diferencia entre el precio de la tarde y la mañana equivale a la mitad del precio para el mediodía y al sumar los precios del mediodía y la tarde obtenemos el doble del precio de la mañana.*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuál es el precio de cada franja horaria. (1.5 ptos)

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 ptos)

Solución:

a) Sea x =recio del gimnasio por la mañana , $y =$ precio del gimnasio a madiodía y

$z =$ precio del gimnasio por la tarde.

Obtenemos el sistema:

$$\begin{cases} 150x + 30y + 270z = 15900 \\ z - x = \frac{y}{2} \\ y + z = 2x \end{cases}$$

Por cada ecuación bien planteada (0.5 ptos)

b) Por la resolución correcta y razonada del sistema planteado en a). (0.5 ptos)

Con solución: $(x, y, z) = (30, 20, 40)$ euros.

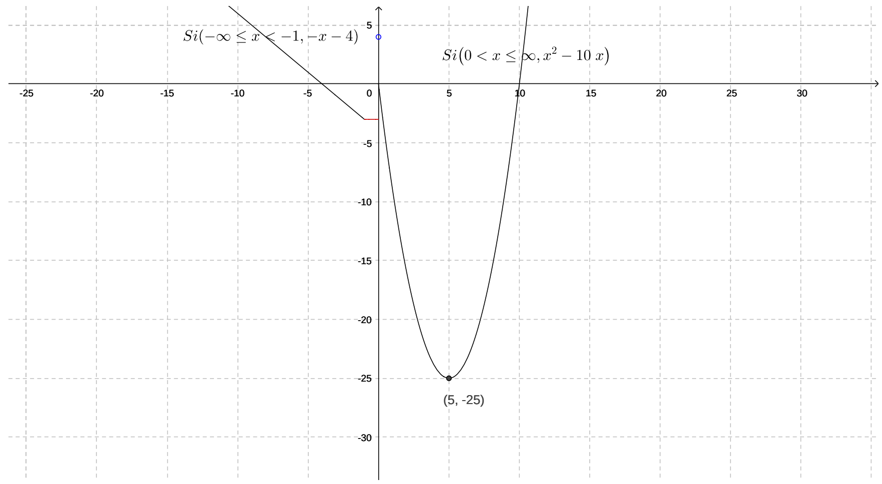
3. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} -x - 4 & si\ x < c \\ -3 & si\ c \leq x \leq 0 \\ x^2 - 10x & si\ x > 0 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de c la función $f(x)$ *es continua en* $x = c$*? (0.5 ptos)*

b) Calcula los extremos relativos de la función $f(x)$ *en el intervalo* $(0, +\infty)$*. (0.5 ptos)*

c) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ *en* $(0, +\infty)$*. (0.5 ptos)*

Solución:



a) Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese pto con sus límites laterales.

Saber condiciones. (0.25 ptos) Cálculo correcto del valor, c=-1. (0.25 ptos)

b) Saber condiciones de extremo (0.25 ptos) Tiene un mínimo en (5,-25) (0.25 ptos)

c) En (0,5) es decreciente y en (5,+∞) es creciente (0.5 ptos)

4. *Los costes de fabricación de un modelo de vehículo* $C(x) = -x^3 + 45x^2 - 243x + 500$ *(en miles de euros) en función del número de vehículos (en cientos) fabricados (* $1 \leq x \leq 27$)

a) Determina la cantidad de vehículos que dan el coste máximo y mínimo. (1 pto)

b) ¿A qué valor ascienden ambos? (0.5 ptos)

Solución:

a) $C'(x) = -3x^2 + 90x - 243 \rightarrow C'(x) = 0$ para $x = 3$ y $x = 27$

$C''(x) = -6x + 90 \qquad C''(3) = 72 \Rightarrow mínimo \qquad C''(27) = -72 \Rightarrow máximo$

Por condiciones de máximo y mínimo (0.5 ptos) por resolución correcta (1 punto)

Mínimo para 300 vehículos y máximo para 2700.

b) $C(3) = 149$ y $C(27) = 7061$. Es decir, mínimo de 149000 euros (0.25 ptos) y máximo de 7061000 euros (0.25 ptos).

5. *El 5 % de los estudiantes matriculados en una determinada asignatura de bachillerato son deportistas aficionados. El 0.5 % de estos alumnos deportistas aficionados obtienen una calificación de suspenso en dicha asignatura. Mientras que el 15 % de los alumnos no deportistas aficionados obtienen una calificación de suspenso.*

a) Elegido un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que haya obtenido un suspenso en la citada asignatura? (0.75 ptos)

b) Sabiendo que un alumno elegido al azar ha obtenido un suspenso, ¿cuál es la probabilidad de que sea deportista aficionado? (0.75 ptos)

Solución:

a) P(DA)=0.05; P(S/DA)=0.005; P(S/no DA)=0.2

P(S)=P(S/DA)*P(DA)+P(S/No DA)*P(No DA)=0.005*0.05+0.15*0.95=0.14275 (0.75 ptos)

b) P(DA/S)=P(DA y S)/P(S)=0.005*0.05/0.14275=0.00175131348 (0.75 ptos)

6. *El contenido en grasas saturadas por litro de leche sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica σ=0.1 g/l. Se tomó una muestra aleatoria de 100 litros de leche obteniéndose el intervalo de confianza (0.682, 0.718) para el contenido medio de grasas saturadas en la muestra.*

a) Calcula el contenido medio de grasas saturadas para los 100 litros de leche de la muestra. (0.25 ptos)

b) Calcula el nivel de confianza con el que se ha obtenido dicho intervalo. (0.75 ptos)

c) Halla un intervalo de confianza para la el contenido medio de grasas saturadas con un nivel de confianza del 95 %. (0.5 ptos)

d) ¿Cuál deberá ser el tamaño mínimo de la muestra para que, con un nivel de confianza del 95 %, el error máximo admisible sea menor que 0.01 g/l? (0.5 ptos)

Solución

a) La media muestral es: $\bar{x} = 0{,}682 + \frac{0{,}718-0{,}682}{2}$ =0.7 (0.25 ptos)

b) $\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ =0.7$-Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{0{,}1}{\sqrt{100}}$ =0.682

$\Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}}$ =1.8 (0.25 ptos) $1 - \alpha = 0{,}9641 \Rightarrow \alpha$ =0.0718 (0.25 ptos) Por tanto con una confianza del 92.82 % (0.25 ptos)

c) 1- α =0.95 $\Rightarrow$ $Z_{\frac{\alpha}{2}}$=1.96

IC= ($\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $\bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$) (0.25 ptos)

IC= (0.7-1.96$\frac{0{,}1}{\sqrt{100}}$, 0.7+1.96$\frac{0{,}1}{\sqrt{100}}$) = (0.6804, 0.7196)(0.25 ptos)

d) El error viene dado por E= $Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

para E= 1 $\Rightarrow$ $n = \left[\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}\ \sigma}{E}\right]^2 = \left[\frac{1{,}96 \cdot 0{,}1}{0{,}01}\right]^2$ =384.16 (0.25 ptos)

El tamaño mínimo de la muestra para que el error de estimación de la media sea inferior a un minuto, con el mismo nivel de confianza debe ser al menos de 385.(0.25 ptos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767