Evaluación para el Acceso a la Universidad
Convocatoria de 2019
Materia:
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B.
Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora.

Propuesta A

1. *Un cliente hace un pedido a una fábrica de harinas que ofrece 3 tamaños distintos de sacos: pequeño, mediano y grande. Ha pedido 20 sacos pequeños, 14 medianos y 6 grandes y el peso total de su pedido es 1800 kilogramos. Si el peso de dos sacos pequeños y tres medianos es el mismo que el de dos sacos grandes y el peso de un saco grande es cuatro veces el peso de un saco pequeño.*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar el peso de cada tipo de saco. (1.5 ptos)

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 ptos)

Solución:

a) Sea $x \equiv$ peso de un saco pequeño, $y \equiv$ peso de un saco mediano, $z \equiv$ peso de un saco grande

Obtenemos el sistema: $\left\{\begin{array}{c} 20x + 14y + 6z = 1800 \\ 2x + 3y = 2z \\ 4x = z \end{array}\right.$ (0.5 ptos) por cada ecuación bien planteada.

b) Solución: $(x, y, z) = (25,\ 50,\ 100)$ kilogramos.

(0.25 ptos) Por la resolución correcta del sistema planteado en a). (0.25 ptos) por desarrollo de la solución.

2. *En el siguiente problema de programación lineal optimiza la función $f(x, y) = 3x + 4y$ sujeta a las siguientes restricciones:* $x + y \geq 2 \quad ; \quad x \leq y \quad ; \quad 0 \leq y \leq 2 \quad ; \quad x \geq 0$

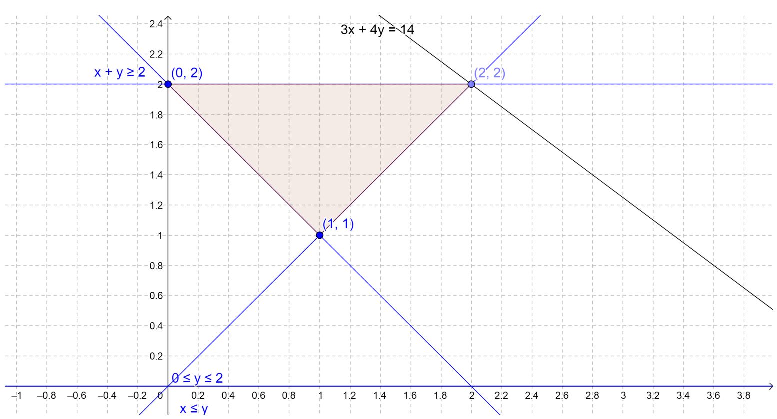
a) Dibuja la región factible. (1 pto)

b) Determina los vértices de la región factible. (0.25 ptos)

c) Indica el máximo y el mínimo y sus respectivos valores. (0.25 ptos)

Solución:

a) (0.5 ptos) por dibujar al menos tres rectas bien. (0.5 ptos) por dibujar correctamente la región factible.



b) La solución es un triángulo con vértices $(0, 2)$, $(1, 1)$, $(2, 2)$. (0.25 ptos)

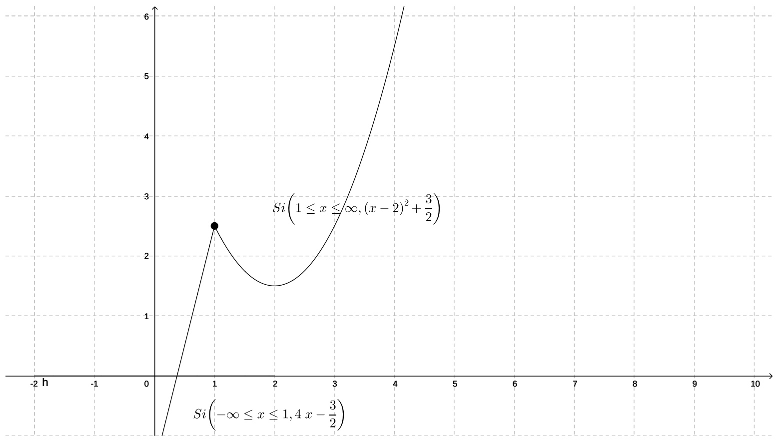
c) Los valores de la función objetivo en cada uno de los vértices: $f(0, 2) = 8$, $f(1, 1) = 7$, $f(2, 2) = 14$; por lo tanto el mínimo es el punto $(1, 1)$ con un valor de 7 unidades y el máximo el punto $(2, 2)$ con valor 14 unidades. (0.25 ptos)

3. *Se considera la función* $f(x) = \left\{\begin{array}{ll} 4x - (3/2) & si\ x \leq c \\ (x-2)^2 + 3/2 & si\ x > c \end{array}\right.$

a) ¿Para qué valor de c la función $f(x)$ es continua en $x = c$? (0.5 ptos)

b) Para $c = 1$, representa gráficamente la función f. (1 pto)

Solución:



a) Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese punto con sus límites laterales.

Saber condiciones (0.25 ptos). Cálculo correcto del valor, $c = 1$ ó $c = 7$. (0.25 ptos)

b) (0.25 ptos) dibujar la recta, (0.75 ptos) por la parábola. Todo correcto 1 pto.

4. *La función $v(t) = 48t^2 - 2t^3$ nos da el número de ordenadores afectado por un virus informático, siendo t el tiempo (en horas) desde que se localizó el primer ordenador con virus:*

a) Averigua, si existe, el momento en el que el virus dejará de propagarse. (0.5 ptos)

b) Estudia cuando aumenta y cuando disminuye la propagación del virus. (0.5 ptos)

c) ¿En qué momento se produce el número máximo de ordenadores afectados? ¿cuántos ordenadores? (0.5 ptos)

Solución:

a) $v(t) = 0 \rightarrow 48t^2 - 2t^3 = 0$ para $t = 0$ y $t = 24$ horas. Al cabo de 24 horas dejará de propagarse. (0.5 ptos)

b) $v'(t) = 96t - 6t^2$, $v'(t) = 0$ para $t = 0$ y $t = 16$ horas

La función es creciente en $(0, 16)$ y decreciente (16,+∞) $\Rightarrow$ la propagación aumenta durante las primeras 16 horas y disminuye hasta las 24 horas, momento en el que deja de propagarse. (0.5 ptos)

c) Utilizando los resultados del apartado anterior con $v''(t) = 96 - 12t$, $v''(16) = -96 \Rightarrow$ máximo y $v(16) = 4096$. El máximo se produce a las 16 horas de detectar el primer ordenador, siendo 4096 los ordenadores afectados.

(0.25 ptos) Por cuando se produce y (0.25 ptos) por el valor.

5. *En un cierto banco el 5 % de los créditos concedidos son para la compra de una casa. De los créditos concedidos para la compra de una casa, el 40 % resultan impagados. Del resto de créditos concedidos que no son para la compra de una casa, se sabe que el 10 % de ellos resultan impagados.*

a) Calcula la probabilidad de que elegido un crédito al azar sea de los impagados. (0.75 ptos)

b) Sabiendo que un crédito se ha pagado, ¿cuál es la probabilidad de que el crédito fuera para una casa? (0.75 ptos)

Solución:

a) P(C)=0.05; P(I/C)=0.4; P(I/no C)=0.1. Plantear probabilidades (0.25 ptos)

P(I)=P(I/C)*P(C)+P(I/No C)*P(No C)=0.4*0.05+0.1*0.95=0.115 (0.5 ptos)

b) P(C/P)=P(C y P)/P(P)=P(P/C)*P(C)/P(P)=(0.6*0.05)/(1-0.115)=0.033898305 (0.75 ptos)

6. *Se ha tomado una muestra aleatoria del contenido en gramos de azúcar en frascos de 500 gramos de kétchup en una muestra de 10 frascos y ha resultado ser: 60, 80, 120, 95, 65, 70, 75, 85, 100 y 90. Suponiendo que el contenido en azúcar en gramos del kétchup se distribuye según una ley normal de desviación típica $\sigma = 10$ gramos, se pide:*

a) Halla el intervalo de confianza del 97 % para el contenido medio de azúcar en un frasco de 500 gramos de kétchup. (1 pto)

b) Razona y explica qué se podría hacer para que el intervalo de confianza tuviera menor amplitud con el mismo nivel de confianza. (0.5 ptos)

c) ¿Crees que la media poblacional μ del contenido en gramos de azúcar es de 85 gramos con una probabilidad del 98.5 %? Razona tu respuesta. (0.5 ptos)

Solución:

a) La media muestral es: $\bar{x} = \frac{60+80+120+95+65+70+85+100+90}{10} =$ 84 gramos (0.25 ptos)

Del enunciado se deduce: $n = 10$ $\sigma = 10$ *gramos*

1- α = 0,97 $Z_{\frac{\alpha}{2}}$=2.17 (0.25 ptos)

IC= ($\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $\bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$)(0.25 ptos)

IC= (84 - 2,17$\frac{10}{\sqrt{10}}$, 84 $+ 2,17 \frac{10}{\sqrt{10}}$) = (77.137857, 90.8621) (0.25 ptos)

b) Aumentar el tamaño de la muestra, ya que la amplitud depende de n (0.5 ptos)

c) Si el intervalo al 97 % es (77.137857, 90.8621) al 98.5 % será más ancho con lo que 85 sí pertenecerá al intervalo de confianza al 98.5 %. (0.5 ptos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

Propuesta B

1. *Dadas las matrices* $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ *y* $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ a & b \end{pmatrix}$, *encontrar los valores de los parámetros a y b para que las matrices conmuten* ($A{\cdot}B = B{\cdot}A$). *(1.5 ptos)*

Solución:

$$A{\cdot}B = B{\cdot}A \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ a & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ a & b \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1+3a & 5+3b \\ 3+a & 15+b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 8 \\ a+3b & 3a+b \end{pmatrix}$$

(0.25 ptos) por el producto AB, (0.25 ptos) por el producto BA y (0.5 ptos) por igualarlos.

$$\Rightarrow \begin{cases} 1+3a = 16 \\ 5+3b = 8 \\ 3+a = a+3b \\ 15+b = 3a+b \end{cases} \Rightarrow a = 5, \quad b = 1 \text{ (0.5 ptos) por la solución correcta de a y b.}$$

2. *Se reparten tres tipos de becas:* B_1 *por valor de 400 euros,* B_2 *de 160 euros y* B_3 *de 200 euros. El dinero total destinado a las becas es de 43400 euros y son 145 personas las que obtienen beca. Cada persona solamente puede obtener una beca. Sabiendo que la cantidad de personas que recibe la beca* B_1 *es 5 veces mayor que la que obtiene la beca* B_2*:*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permite averiguar qué cantidad de personas reciben cada tipo de beca. (1.5 ptos)

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 ptos)

Solución:

a) Sea x=número de personas B_1, y=número de personas B_2 y z= número de personas B_3.

Obtenemos el sistema: $\begin{cases} x+y+z = 145 \\ 400x+160y+200z = 43400 \\ x = 5y \end{cases}$ (0.5 puntos por cada ecuación bien planteada)

b) Solución: $(x, y, z) = (75,\ 15,\ 55)$ personas. (0.25 ptos) Por la resolución correcta del sistema planteado en a). (0.25 ptos) por desarrollo de la solución.

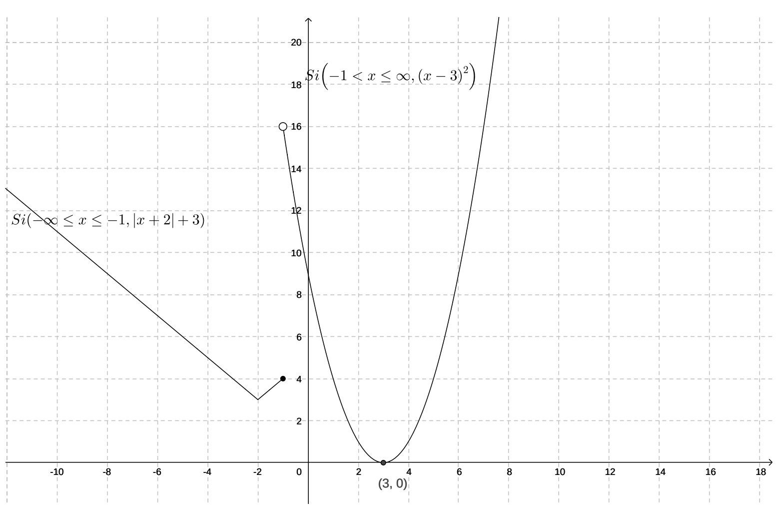
3. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} |x+2|+t & si\ x \leq -1 \\ (x-t)^2 & si\ x > -1 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de t la función $f(x)$ *es continua en x=-1? (0.5 ptos)*

b) Para $t = 3$*, calcula los extremos relativos de la función* $f(x)$ *en el intervalo* $(-1, +\infty)$*. (0.5 ptos)*

c) Para $t = 3$*, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función* $f(x)$ *en* $(-1, +\infty)$*. (0.5 ptos)*

Solución:



a) Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese pto con sus límites laterales.

Saber condiciones. (0.25 ptos) Cálculo correcto del valor, t=-1 ó t=0. (0.25 ptos)

b) Saber condiciones de extremo. (0.25 ptos) Tiene un mínimo en (3,0). (0.25 ptos)

c) En (-1,3) es decreciente y en (3,+∞) es creciente. (0.5 ptos)

4. *Sea la función* $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx + 1$. *Sabemos que presenta un punto extremo en el punto de abcisa* $x = 0$, *un máximo en* $x = 1$ *y la pendiente de la recta tangente en* $x = -1$ *es 24. Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros* a, b *y* c. *(1.5 ptos)*

Solución:

$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx + 1 \Rightarrow f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + c$ (0.25 ptos)

$$\begin{cases} f'(0) = 0 \text{(0.25 ptos)} \\ f'(1) = 0 \text{(0.25 ptos)} \\ f'(-1) = 24 \text{(0.25 ptos)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{c} = 0 \\ 4\text{a} + 3\text{b} = 0 \\ -4\text{a} + 3\text{b} = 24 \end{cases} \quad \text{(0.25 ptos)} \Rightarrow \text{a} = -3,\ \text{b} = 4 \text{(0.25 ptos)}$$

5. *En una clase de pintura hay 27 alumnos, 14 son de Albacete, 5 son de Cuenca y 8 de Toledo.*

a) Se sortean dos entradas entre todos los alumnos, ¿cuál es la probabilidad de que ambas entradas le toquen a alumnos que no son de Albacete? (pueden tocarle al mismo alumno las dos entradas). (0.75 ptos)

b) Si sorteamos 5 entradas, de una en una, de forma que no participa en el sorteo la persona que ya le haya tocado una entrada, ¿cuál es la probabilidad de que las 5 sean para alumnos de Cuenca? (0.75 ptos)

Solución:

a) P(AB)=14/27; P(C)=5/27; P(T)=8/27. Plantear probabilidades (0.25 ptos)

P(No AB y No AB)=P(No AB)*P(No AB)=13/27*13/27= 0.23182 (0.5 ptos) Todo correcto.

b) P(5 C)=P(1 C)*P(2C/1C)*P(3C/1C y 2C)*P(4C/1C y 2C y 3C)*P(5C/1C y 2C y 3C y 4C)=

=5/27*4/26*3/25*2/24*1/23=0.00001238 (0.75 ptos) Todo correcto.

6. *El tiempo de atención a un paciente por parte de un centro médico sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica* $\sigma = 2$ *minutos. Se hace un estudio de los tiempos de atención de 10 clientes al azar, siendo estos tiempos: 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 14, 15 y 16 minutos respectivamente.*

a) Halla un intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo de atención al paciente por parte del centro, con un nivel de confianza del 95 %. (1 pto)

b) ¿Cuál deberá ser el tamaño mínimo de la muestra elegida para que, con el mismo nivel de confianza, el error máximo admisible sea menor que 1 minuto? (1 pto)

Solución:

a) La media muestral es:

$\bar{x} = \frac{5+6+7+8+9+11+12+14+15+16}{10} = 10.3$ horas (0.25 ptos)

Del enunciado se deduce: $n = 10$ y $\sigma = 2$ minutos

1- $\alpha = 0{,}95 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}}$=1,96 (0.25 ptos)

IC= ($\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $\bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$) (0.25 ptos)

IC= ($10{,}3 - 1{,}96\frac{2}{\sqrt{10}}$, $10{,}3 + 1{,}96\ \frac{2}{\sqrt{10}}$) = (9.06, 11.54) (0.25 ptos)

b) El error viene dado por E= $Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$(0.25 ptos)

para E= 1 $\Rightarrow n = \left[\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}\ \sigma}{E}\right]^2 = \left[\frac{1{,}96 \cdot 2}{1}\right]^2 = 15{,}3664$ (0.5 ptos)

El tamaño mínimo de la muestra para que el error de estimación de la media sea inferior a 1 minuto, con el mismo nivel de confianza debe ser 16. (0.25 ptos)