Evaluación para el Acceso a la Universidad
Convocatoria de 2020
Materia:
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
El examen está compuesto de 3 secciones de dos bloques cada una. A su vez cada bloque tiene dos ejercicios. El alumno deberá elegir un bloque de cada una de las tres secciones. Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora.

Sección 1 (3 puntos) Bloque 1

1. *Una empresa telefónica ofrece tres modelos de teléfonos: de precio reducido, medio y superior. El precio del teléfono de gama superior es el mismo que el de los otros dos juntos. Vendiendo 50 teléfonos de precio medio se obtiene el mismo dinero que con 30 del superior y por la venta de 5 teléfonos de precio reducido, 5 de medio y 10 de precio superior se obtienen 7500 euros.*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuánto cuesta cada modelo. (1 pto)

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 ptos)

Solución:

a) Sea $x \equiv$ precio del teléfono de gama reducida, $y \equiv$ precio del teléfono de gama media y $z \equiv$ precio del teléfono de gama superior (cada ecuación bien planteada 0.25 ptos) Todo correcto 1 pto.

Obtenemos el sistema:

$$\begin{cases} z = x + y \\ 50y = 30z \\ 5x + 5y + 10z = 7500 \end{cases}$$

b) Con solución: $(x, y, z) = (200, 300, 500)$ euros. (0.5 ptos)

2. *En una pastelería se elaboran dos tipos de tarta de chocolate (A y B). La primera lleva 100 gr de chocolate con leche y 200 gr de chocolate negro y la segunda 200 gr de chocolate con leche y 100 gr de chocolate negro. Dispone de 9 kg de cada tipo de chocolate. Por cada tarta A obtiene un beneficio de 5 euros y por cada tarta B de 4 euros.*

a) Expresa la función objetivo para obtener un beneficio máximo. (0.25 ptos)

b) Escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. (1 punto).

c) Determina el número de tartas de cada tipo que puede vender para obtener beneficio máximo. (0.25 ptos)

Solución:

a)

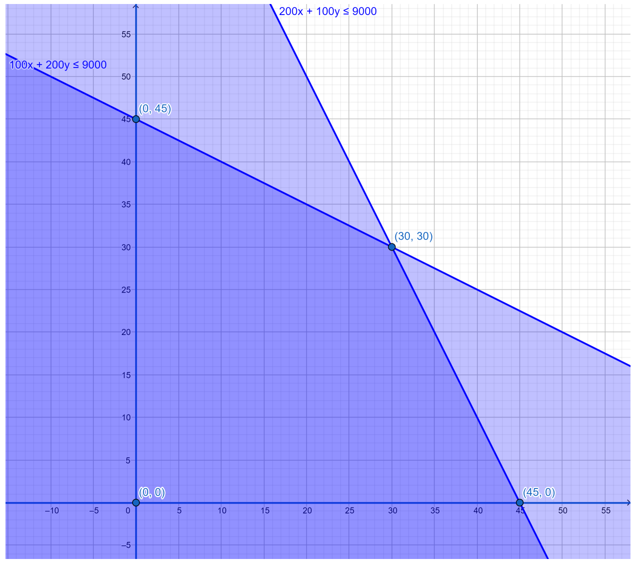
$$x \equiv \textit{número de tartas tipo } A, \quad y \equiv \textit{número de tartas tipo } B$$

La función objetivo es $B(x, y) = 5x + 4y$ (0.25 ptos)

b) El conjunto de restricciones: $\begin{cases} 100x + 200y \leq 9000 \\ 200x + 100y \leq 9000 \\ x \geq 0, \ y \geq 0 \end{cases}$

(0.5 ptos por las restricciones y 0.5 por los vértices del recinto)

c) Sustituyendo en la función los vértices del recinto: $B(0, 45) = 180$, $B(30, 30) = 270$ y $B(45, 0) = 225$. El máximo beneficio se obtiene vendiendo 30 tartas tipo A y 30 tartas tipo B y se obtienen 270 euros . (0.25 ptos)



Bloque 2

1. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} -4x+4 & si\ x \leq c \\ x^2-4x & si\ x > c \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de c la función $f(x)$ es continua en $x = c$? (0.5 ptos)

b) Para $c = 2$, representa gráficamente la función f. (1 pto)

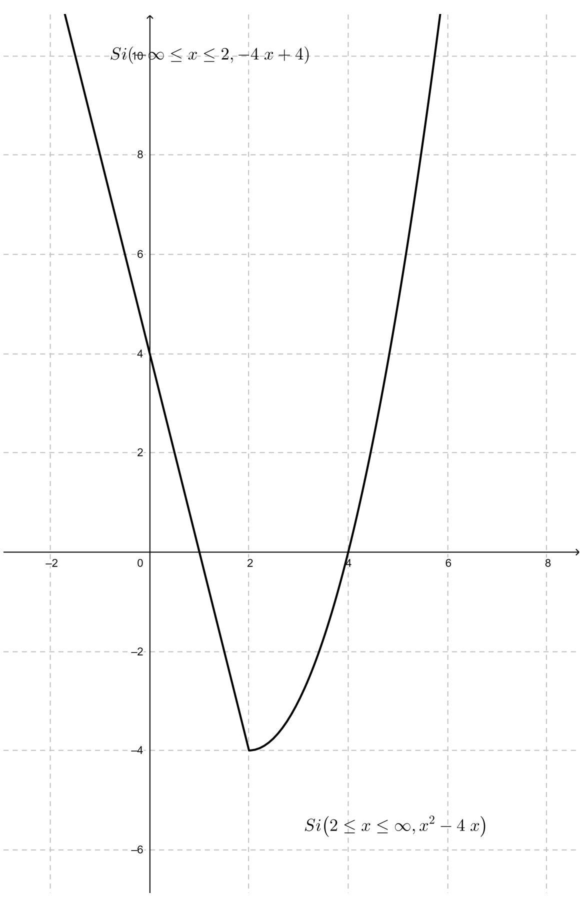
Solución:

a) Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese punto con sus límites laterales.

Saber condiciones (0.25 ptos)

Cálculo correcto del valor, $c = 2$ o $c = -2$. (0.25 ptos)

b) 0.5 ptos por cada trozo bien dibujado. Todo correcto 1 pto.



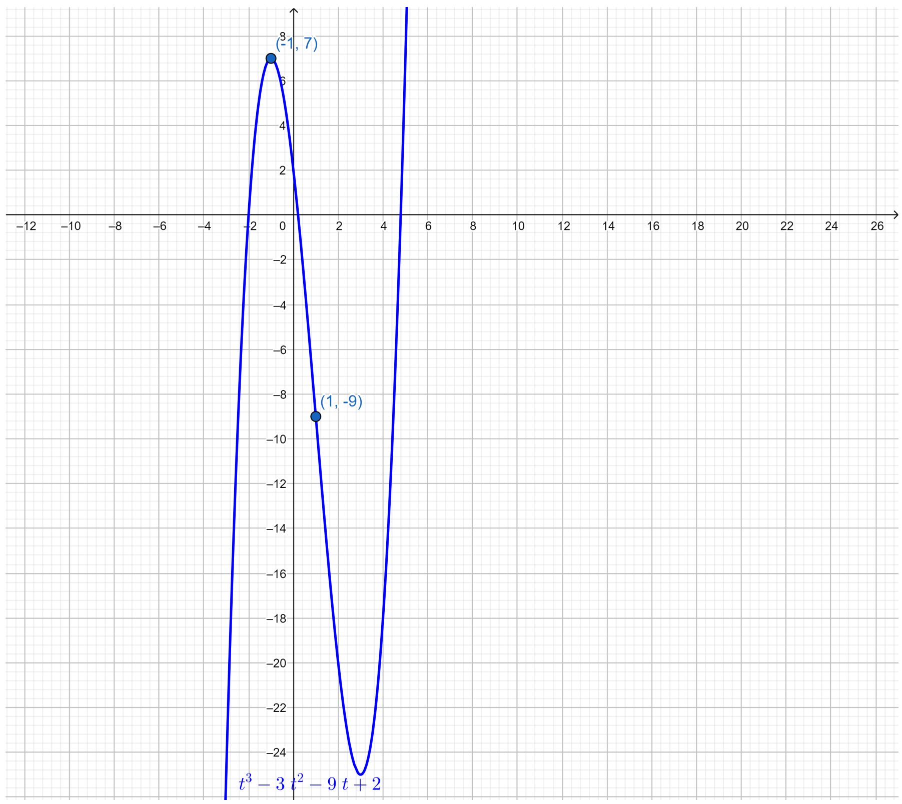
2. *Una función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tiene un máximo en $x = -1$ y un punto de inflexión en el punto $(1, -9)$. Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros a, b y c. (1.5 ptos)*

Solución:

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow f''(x) = 6x + 2a$$

$$\left\{\begin{array}{c} f'(-1) = 0 \\ f(1) = -9 \\ f''(1) = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{c} 3 - 2a + b = 0 \\ 1 + a + b + c = -9 \\ 6 + 2a = 0 \end{array}\right. \Rightarrow a = -3,\ b = -9,\ c = 2 \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$$

(0.25 por cada condición, 0.75 por la solución)



Sección 2 (3.5 puntos) Bloque 1

3. *El 10 % de los adultos padece sobrepeso. Se sabe por estudios previos que el riesgo de padecer hipertensión arterial es dos veces mayor en las personas con sobrepeso que las que no tienen sobrepeso y también que la probabilidad de que un adulto sin sobrepeso padezca hipertensión arterial es del 14.8 %.*

a) ¿Qué porcentaje de adultos tienen sobrepeso e hipertensión arterial? (0.75 ptos)

b) Si se escoge un adulto al azar y tiene hipertensión arterial, ¿cuál es la probabilidad de que tenga sobrepeso? (0.75 ptos)

Solución:

S=Sobrepeso; H=Hipertensión; $P(S) = 0{,}1$; $P(H/S^c) = 0{,}148$; $P(H/S) = 0{,}296$

a) $P(H \cap S) = P(H/S) * P(S) = 0{,}296 * 0{,}1 = 0{,}0296$. O sea un 2.96 % de la población (0.75 ptos)

b) $P(S/H) = P(S \cap H)/P(H) = 0{,}0296/(0{,}1 * 0{,}296 + 0{,}9 * 0{,}148) = 0{,}1818$ (0.75 ptos)

4. *El tiempo medio diario de consumo de televisión en Castilla-La Mancha sigue una distribución normal con desviación típica $\sigma = 30$ minutos. Se hizo un estudio con 50 personas y se observó que la media de consumo diario de ellas era de 220 minutos. Se pide:*

a) Calcula el intervalo de confianza del 95 % para el consumo medio de televisión en Castilla-La Mancha. (1 pto)

b) Razona cómo podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza. (0.5 ptos)

c) ¿Crees que la media poblacional μ de consumo diario de televisión en Castilla-La Mancha es de 230 minutos con una probabilidad del 90 %? Razona tu respuesta. (0.5 ptos)

Solución:

a) Del enunciado se deduce: $\bar{x} = 220$ minutos; $n = 50$; $\sigma = 30$ minutos

1- $\alpha = 0{,}95$ $Z_{\frac{\alpha}{2}}$=1,96 (0.25 ptos)

IC=($\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $\bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$) (0.25 ptos)

IC= (220 - $1{,}96 \frac{30}{\sqrt{50}}$, 220 + $1{,}96 \frac{30}{\sqrt{50}}$) =(211.6844,228.3155) (0.5 ptos)

b) Podríamos disminuir la amplitud del intervalo disminuyendo el nivel de confianza , con lo que disminuiríamos la probabilidad de que el intervalo cubra el verdadero valor del parámetro (0.25 ptos), o aumentando el tamaño de la muestra , lo cual encarecería y dificultaría el estudio (0.25 ptos).

c) Si el intervalo al 95 % es (211.6844,228.3155) al 90 % será más estrecho con lo que 230 tampoco pertenecerá al intervalo de confianza al 90 %. No creemos que la media sea 230 minutos con una probabilidad del 90 %. (0.5 ptos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

Bloque 2

3. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} x - t & si\ x \leq 0 \\ (x-t)^2 - 5(x+t) + 4 & si\ x > 0 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de t la función $f(x)$ es continua en $x = 0$? (0.75 ptos)

b) Para $t = 0$, calcula los extremos relativos de la función $f(x)$ en el intervalo $(0, +\infty)$. (0.75 ptos)

c) Para $t = 0$, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ en $(0, +\infty)$. (0.5 ptos)

Solución:

a) Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese punto con sus límites laterales.

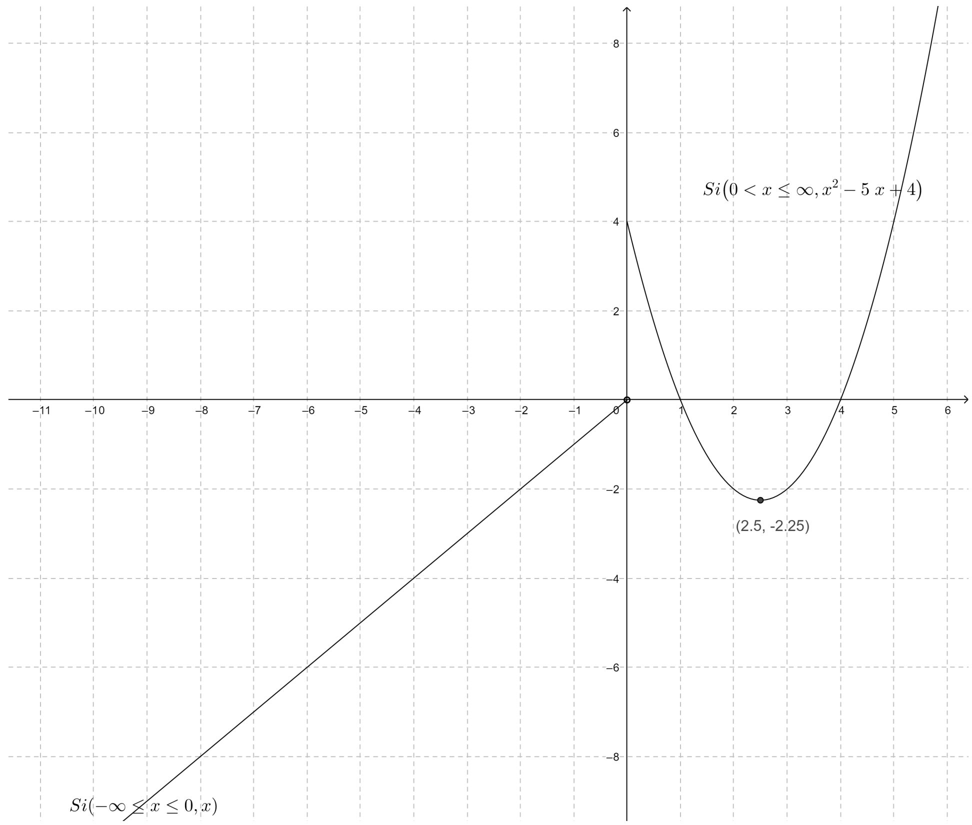
Saber condiciones (0.5 ptos)

Cálculo correcto del valor, t=2. (0.25 ptos)

b) Saber condiciones de extremo (0.5 ptos)

Tiene un mínimo en (2.5,-2.25) (0.25 ptos)

c) En (0,2.5) es decreciente y en (2.5,$+\infty$) es creciente (0.5 ptos)



4. *En un taller para automóviles el número de clientes a los que cambiaron las ruedas de su coche durante 5 días de esta semana se ajusta a la función $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 75, \quad 1 \leq x \leq 5$, siendo $x = 1$ el lunes y $x = 5$ el viernes.*

a) ¿Qué día acuden menos clientes a cambiar las ruedas de su coche? ¿Cuántos clientes son? (0.75 ptos)

b) ¿Cuál es el día que van más clientes a que les cambien las ruedas y cuántos son esos clientes? (0.75 ptos)

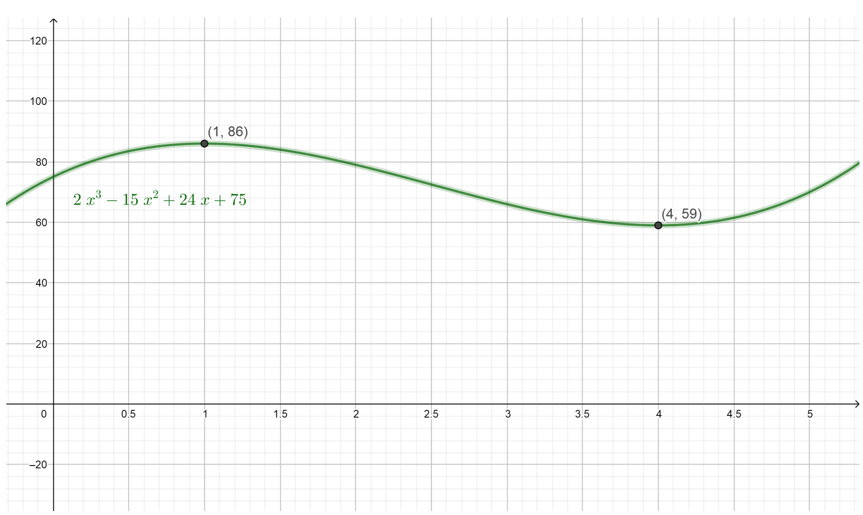
Solución:

a) $f'(x) = 6x^2 - 30x + 24 \rightarrow f'(x) = 0$ para $x = 1$ y $x = 4$

$f''(x) = 12x - 30$, $\quad f''(1) = 12 * 1 - 30 = -18 < 0$, $f''(4) = 12 * 4 - 30 = 18 > 0$ (0.5 ptos)

El mínimo se da el jueves y $f(4) = 2{*}4^3 - 15{*}4^2 + 24 * 4 + 75 = 59$ clientes (0.25 ptos)

b) Comprobamos en el otro extremo del intervalo: $f(5) = 2{*}5^3 - 15{*}5^2 + 24 * 5 + 75{=}70$ menor que el valor para $f(1) = 2{*}1^3 - 15{*}1^2 + 24 * 1 + 75 = 86$ clientes, (0.5 ptos) el lunes se da el mayor número de clientes. (0.25 ptos)



Sección 3 (3.5 puntos) **Bloque 1**

5. *La elección de una película ganadora de un festival de cine negro se realiza mediante una votación pública por internet entre las seleccionadas (A, B y C) para la final. El número de votantes es de 1200 personas. El número de votos de A es el doble de los conseguidos por B y C juntas. B consigue el 50 % de votos más que C.*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántos votos obtuvo cada película. (1.5 ptos)

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 ptos)

Solución:

a) Sea $x \equiv$ película A, $y \equiv$ película B y $z \equiv$ película C. (cada ecuación bien planteada 0.5 ptos)

Obtenemos el sistema:

$$\left\{\begin{array}{c} x+y+z=1200 \\ x=2(y+z) \\ y=1.5\ z \end{array}\right.$$

b) Con solución: $(x, y, z) = (800, 240, 160)$ votantes. (0.5 ptos)

6. *Dadas las matrices* $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ *y* $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$

a) Calcula $(A-B)^2$. *(0.75 ptos)*

b) ¿Se podría calcular la matriz inversa de $(A-B)^2$*? (0.25 ptos)*

c) ¿Qué propiedad tienen que cumplir dos matrices A *y* B *cualesquiera para que se cumpla* $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$*? (0.5 ptos)*

Solución:

a) $(A-B)^2 = \left(\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}\right)^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 9 & 8 \\ 0 & 25 \end{pmatrix}$ (0.75ptos)

b) (A-B) es una matriz regular por lo que se puede calcular. (0.25 ptos)

c) Tienen que ser conmutativas ($AB = BA$), así $AB + BA = 2AB$. (0.5 ptos)

Bloque 2

5. *En un municipio el 5 % de los habitantes son deportistas aficionados. El 0.5 % de estos deportistas aficionados no han superado un test respiratorio. Mientras que de los habitantes no deportistas aficionados el 15 % no han superado el mismo test respiratorio.*

a) Elegido un habitante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no haya superado el test respiratorio? (0.75 ptos)

b) Sabiendo que un habitante elegido al azar no ha superado el test respiratorio, ¿cuál es la probabilidad de que sea deportista aficionado? (0.75 ptos)

Solución:

a) DA= Deportista aficionado; S=No supera el test; P(DA)=0.05; P(S/DA)=0.005; P(S/no DA)=0.15

P(S)=P(S/DA)*P(DA)+P(S/No DA)*P(No DA)=0.005*0.05+0.15*0.95=0.14275 (0.75 ptos)

b) P(DA/S)=P(DA y S)/P(S)=0.005*0.05/0.14275=0.00175131348 (0.75 ptos)

6. *Se ha tomado una muestra aleatoria de 10 frascos de Berenjenas de Almagro de 1 kilogramo para medir el contenido de fibra en gramos y ha resultado ser: 60, 80, 120, 95, 65, 70, 75, 85, 100 y 90. Suponiendo que el contenido de fibra en cada frasco se distribuye según una ley normal de desviación típica* $\sigma = 10$ *gramos, se pide:*

a) Halla el intervalo de confianza del 97 % para la media poblacional del contenido en fibra de un frasco de Berenjenas de Almagro. (1 pto)

b) Razona y explica qué se podría hacer para que el intervalo de confianza tuviera menor amplitud con el mismo nivel de confianza. (0.5 ptos)

c) ¿Crees que la media poblacional μ *del contenido en gramos de fibra de un frasco de Berenjenas de Almagro es de 85 gramos con una probabilidad del 98.5 %? Razona tu respuesta. (0.5 ptos)*

Solución:

a) La media muestral es: $\bar{x} = \frac{60+80+120+95+65+70+85+100+90}{10} =$ 84 gramos (0.25 ptos)

Del enunciado se deduce: $n = 10$ $\sigma = 10$ gramos

1- α = 0,97 $Z_{\frac{\alpha}{2}}$=2.17 (0.25 ptos)

IC= ($\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $\bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$)(0.25 ptos)

IC= (84 - 2,17$\frac{10}{\sqrt{10}}$, $84 + 2,17 \frac{10}{\sqrt{10}}$) = (77.137857, 90.8621) (0.25 ptos)

b) Aumentar el tamaño de la muestra, ya que la amplitud depende de n (0.5 ptos)

c) Si el intervalo al 97 % es (77.137857, 90.8621) al 98.5 % será más ancho con lo que 85 sí pertenecerá al intervalo de confianza al 98.5 %. (0.5 ptos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857