Solucionario del Examen EXTRAORDINARIO

El presente documento se debe tomar como una ayuda a los correctores y para concretar de la forma más uniforme posible los criterios específicos de corrección. No es un documento docente que pretenda enseñar a nadie a resolver los problemas, con lo que en ocasiones faltarán detalles en las explicaciones y pasos matemáticos en los desarrollos que según el caso pueden ser exigibles en los exámenes de los alumnos para llegar a la máxima puntuación. En otros casos por el contrario quizás haya parte de los desarrollos que no sean imprescindibles para otorgar el máximo porque no se requieran explícitamente en el enunciado. Por otra parte, en algunos casos puede haber otras maneras distintas y válidas de resolver los problemas. Los correctores adaptaran la filosofía de estos criterios específicos a esos casos cuando sean leves variantes. En los casos en que las diferencias sean notables lo comunicarán al coordinador y a los demás correctores durante las sesiones de evaluación de manera que pueda unificarse también la baremación de esas otras alternativas.

Sección 1: Problemas (elegir 2). Puntuación máxima 3 puntos cada uno.

1. Un vibrador a 400 Hz genera una onda armónica en una cuerda que se propaga en sentido negativo del eje x con una longitud de onda de 2 m. La velocidad máxima con que oscila un punto cualquiera de la onda es 100 m/s. Determina:
   a) La frecuencia angular y el número de ondas
   b) La amplitud de las ondas y su velocidad de propagación por la cuerda.
   c) Teniendo en cuenta que un punto situado en x=0 cuando t=300 μs presenta una elongación de 1 cm y velocidad de oscilación positiva, determina el desfase de la onda (en radianes) y escribe su función de onda completa.

Apartado (a)	Puntos
La frecuencia angular es $\omega=2\pi\nu=800\pi=2513.27$ rad/s	0.25 expresión + 0.25 valor numérico
Por otro lado, el número de ondas es $k=2\pi/\lambda=\pi=3.14$ m^{-1}	0.25 expresión + 0.25 valor numérico

Apartado (b)	Puntos
La velocidad de propagación es $v_p=\omega/k$ (o equivalentemente $\lambda\cdot\nu$) = $v_p=800$ m/s	0.25 expresión + 0.25 valor numérico
La velocidad máxima de oscilación de un punto es $v_O=A\omega$ → $A=100/2513.27=0.0398$ m	0.25 expresión + 0.25 valor numérico

Apartado (c)	Puntos
La función de onda genérica cuando viaja en sentido negativo es $\psi(x,t)=A\cdot\text{sen}\,(kx+\omega t+\varphi)$	0.25
Particularizando para x=0 y t=300 μs: $\psi(0,3\cdot10^{-4})=0.0398\cdot\text{sen}(0.7539+\varphi)=0.01$ m → $0.7539+\varphi=0.254$ ó 2.888 →	0.25
La velocidad de oscilación es $v_o=d\psi/dt=A\omega\cdot\cos(kx+\omega t+\varphi)$ → $v_o=100\cdot\cos(0.7539+\varphi)$ debe ser positivo. Como $\cos(0.254)>0$ y $\cos(2.888)<0$ descartamos la segunda opción (*) **φ= -0.5 rad=-28.6º=331.3º** *(cualquiera de estos valores equivalentes es válido aquí)*	0.25
La solución final por tanto es **$\psi(x,t)=0.0398\cdot\text{sen}\,(\pi x+800\pi\cdot t-0.5)$** *(aquí sólo válido el desfase en rad)*	0.25

(*) Nota: Hay que considerar los dos posibles valores angulares (α ó π-α) y hacer la comprobación en base a la velocidad. Si se llega a la solución correcta sin hacerlo 0.25, haciéndolo 0.5.

2. Como por su propia naturaleza son invisibles, los agujeros negros tienen que ser detectados de manera indirecta. El primero en serlo fue Cygnus X-1, un objeto invisible en torno al cual se veía dar vueltas a una estrella de 30 veces la masa del Sol con un periodo de 5.6 días. La masa que se deduce para el agujero negro es de 7 veces la del Sol.
   a) Deduce la tercera ley de Kepler y aplícala en este caso para determinar el radio de la órbita de la estrella en torno al agujero negro, expresada en unidades astronómicas (UA).
   b) Supongamos que en este caso el radio del agujero negro es justo el necesario para que la velocidad de escape en su superficie sea la de la luz. Deduce la expresión de la velocidad de escape y determina el radio del agujero negro, en km.
   c) Si colocamos un cuerpo en reposo a 1000 km del centro del agujero negro y lo dejamos caer. ¿Qué velocidad llevará (en km/s) cuando haya reducido esa distancia a la cuarta parte?

   Datos: $G=6.67\cdot10^{-11}$ N·m²·kg^{-2}; $M_{Sol}=2\cdot10^{30}$ kg; 1 UA=$1.5\cdot10^{11}$ m; $c=3\cdot10^{8}$ m/s

Apartado (a)	Puntos
Igualando la fuerza gravitatoria a masa por aceleración centrípeta $F = G\dfrac{M\cdot m}{d^2} = m\omega^2 d$ Además, la velocidad angular se expresa en función del periodo como 2πd/T $G\dfrac{M\cdot m}{d^2} = m\omega^2 d = m\dfrac{4\pi^2 d}{T^2}$ Despejando aquí se obtiene la tercera ley de Kepler, que establece la proporcionalidad entre el periodo de un astro y su radio orbital $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM}d^3$	0.25 0.25
En este caso T=5.6 días y el M=7·M_{Sol} (agujero negro) $d = \sqrt[3]{\frac{G7M_{Sol}T^2}{4\pi^2}}$	0.25
Sustituyendo valores se obtiene d=$1.77\cdot10^{10}m = 0.118\ UA$. *(Si no lo dan en esas unidades → error leve)*	0.25

Apartado (b)	Puntos
La velocidad de escape es aquella que debe tener el cuerpo en la superficie del astro para la que la energía mecánica del cuerpo sea cero. E= −GMm/R + mv_e^2/2=0 Despejando $v_e = \sqrt{\frac{2\cdot GM}{R}}$	0.25 0.25
Se aplica a este caso haciendo que v_e = velocidad de la luz= c = $3\cdot10^8$ m/s Se sustituye y resulta R=20.75 km	0.25 0.25

Apartado (c)	Puntos
En su movimiento la energía mecánica se mantiene constante E_p=-GMm/r E_c=mv²/2	0.25
Evaluamos en el punto inicial E_o=-G·7M_{Sol}·m /1000000+0=$-5.60\cdot10^{46}$ J (*) Ef==-G·7M_{Sol}·m /250000+m·v²/2 (la distancia es 250 km)	0.25
Igualando $v = \sqrt{\frac{3\ G\ 7M_{Sol}}{1000000}\cdot 2}$	0.25
Sustituimos y resulta v=$7.48\cdot10^4$ km/s=74851 km/s	0.25

(*) No se pide el valor de la energía así que este valor no es imprescindible. Damos los 0.25 por considerar las expresiones correctas para E_c y E_p antes y después.

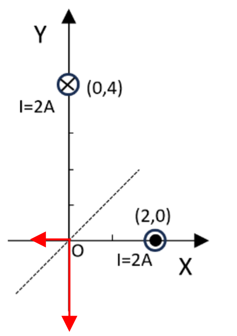
3. Dos esferas metálicas de radios R_1 y R_2 ($R_1=5\cdot R_2$) se cargan de forma aislada de manera que la primera tenga 3 veces más carga que la segunda.
   a) Determina cuál de las esferas tiene mayor potencial, y cuántas veces es mayor el de una que el de la otra.
   b) Posteriormente se conectan eléctricamente entre sí, y se observa que intercambian 3μC. Determina la carga inicial de cada una e indica cuál cede carga y cuál la absorbe.
   c) Determina el cociente entre la fuerza de interacción entre las esferas antes y después del contacto, asumiendo que no ha cambiado la separación entre ellas.

Apartado (a)	Puntos
El potencial de una esfera metálica cargada es $V=KQ/R$	0.25
En este caso $V_2=KQ_2/R_2$ y $V_1=KQ_1/R_1=K\cdot 3Q_2/(5R_2)=3V_2/5$ por tanto $V_2>V_1$	0.5
$V_2/V_1=5/3$	0.25

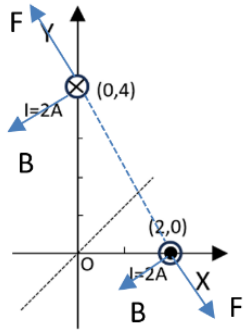
Apartado (b)	Puntos
Al conectarlas intercambian carga q hasta igualar potenciales.	0.25
Como V2>V1 la esfera 2 cede carga a la 1 asi que ponemos $Q_2'=Q_2-q$ y $Q_1'=Q_1+q$	0.25
$K(Q_2-q)/R_2= K\cdot(3Q_2+q)/(5R_2)$	0.25
En la expresion anterior K y R_2 se simplifican, y sabemos que $q=3\cdot 10^{-6}$ C → **$Q_2=9$ μC** y **$Q_1=3Q_2=27$ μC**	0.25

Apartado (c)	Puntos
La fuerza es $F=K\frac{Q_1\cdot Q_2}{d^2}$	0.25
Como K y d no varían resulta $F_{ini} / F_{fin} = Q_1Q_2/(Q_1'Q_2')$	0.5
Sustituyendo valores $F_{ini} / F_{fin} = (9\cdot 27)/(30\cdot 6)=1.35$ → **$F_{ini}=1.35\, F_{fin}$**	0.25

4. Dos hilos conductores indefinidos paralelos al eje Z (perpendicular al papel y saliente), pasan por los puntos (2, 0) m y (0, 4) m, recorridos por una misma intensidad de corriente de 2 A con los sentidos indicados en la figura: hacia afuera y hacia adentro. Sabiendo que $\mu_0=4\cdot\pi\cdot 10^{-7}$ T·m/A
   a) Determinar el módulo del vector campo magnético en el origen de coordenadas
   b) Determina justificadamente la fuerza por unidad de longitud con que interaccionan los cables, indicando si es atractiva o repulsiva.
   c) Determina la intensidad que tenemos que dar al conductor de (0,4) para que el campo resultante lleve la dirección de la bisectriz de los cuadrantes 1 y 3 (línea punteada).



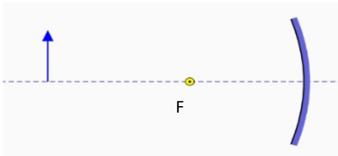
Apartado (a)	Puntos
El módulo del campo que crea un hilo infinito a una distancia r es $B=\mu_0 I/(2\pi r)$	0.25
La dirección es perpendicular al hilo y al vector de posición del punto desde el hilo. En base eso y a la regla de la mano derecha, el campo que crea el hilo de (0,4) lleva la dirección de -X, y el del hilo de (2,0) lleva la dirección de -Y (flechas rojas añadidas al esquema)	0.25
$B_{(0,4)}=-4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 2/(2\pi\cdot 4)\,\vec{\imath} = -10^{-7}\vec{\imath}$ $B_{(2,0)}=-4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 2/(2\pi\cdot 2)\,\vec{\jmath} = -2\cdot 10^{-7}\vec{\jmath}$ Por tanto, el campo total en el origen es $\vec{B}=(-1,-2)\cdot 10^{-7}T$	0.25
El módulo será por tanto $\sqrt{5}\cdot 10^{-7}T = 2.24\cdot 10^{-7}T$	0.25

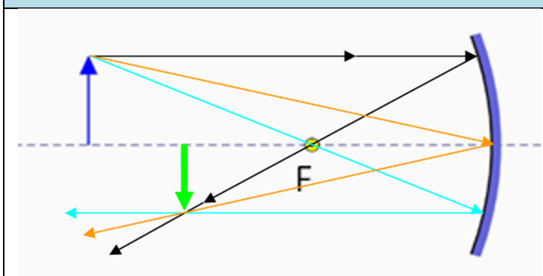
Apartado (b)	Puntos
El campo que crea uno de los hilos en el otro es perpendicular a él en todos sus puntos y tiene un módulo fijo: $\mathbf{\mu_0 I/(2\pi d)}$, donde d es la separación entre los hilos. La fuerza magnética debida a este campo actuando sobre la corriente es F=I·L·B, y la dirección es la que une los dos hilos. En base a la regla de la mano derecha la fuerza de interacción será **repulsiva**. *Si no justifica el sentido repulsivo de la fuerza → error leve* *No se exige el esquema adjunto, que añado aquí como complemento.* 	0.25 0.25
La fuerza por unidad de longitud por tanto sera $F/L = I\cdot B = \mu_0 I^2/(2\pi d)$, por ser las corrientes iguales	0.25
Calculamos $d=\sqrt{(16+4)}=5$; y con el $F/L=8\cdot 10^{-7}/5$ N/m=$\mathbf{1.6\cdot 10^{-7}}$ **N/m**	0.25

Apartado (c)	Puntos
Para que el campo resultante lleve la dirección de la bisectriz, las dos componentes (x e y), deben ser iguales	0.25
$B_{(0,4)}=4\pi\cdot 10^{-7}\cdot I/(2\pi\cdot 4)$ Ahora la Intensidad de este hilo es la incógnita $B_{(2,0)}=4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 2/(2\pi\cdot 2)$	0.25 0.25
Igualando los módulos resulta I=4 A	0.25

Sección 2: Cuestiones (elegir 3). Puntuación máxima 1 punto cada una.

5. Se tiene la siguiente disposición de objeto y espejo parabólico de focal F. Traslada este esquema a tu cuadernillo y realiza un trazado de rayos para obtener la imagen indicando cómo se traza cada rayo empleado. Finalmente, indica las características de la imagen generada.



Cuestión 5	Puntos
 1. El rayo que pasa por el foco vuelve paralelo al eje óptico tras llegar a la superficie del espejo 2. El rayo que llega al espejo paralelo al eje óptico vuelve pasando por el foco 3. El rayo que incide en el punto de corte del espejo con el eje óptico sale con el mismo ángulo que entra. *Basta con dar 2 reglas para el 0.25*	0.25 (reglas) 0.5 (esquema)
La imagen es real, invertida y de menor tamaño que el objeto.	0.25

6. Un cuerpo con un peso de 8 N cuelga de un muelle y se mueve con un MAS. Si la amplitud es de 25 cm y su velocidad máxima es de 3 m/s. Calcular la distancia medida desde la posición de equilibrio en la que la energía cinética es 1.3 J.

Cuestión 6	Puntos
En el MAS la velocidad es v= Aω cos(ωt+φ) y por tanto su valor máximo es Aω. Por tanto 3 =0.25 · ω → ω=12 rad/s	0.25
Del peso sacamos la masa, y de la ecuación de movimiento $\omega^2=k/m$ → $k=m\omega^2=(8/9.8)\cdot 12^2$; **k=117.5 N/m**	0.25
La energía total es constante, puede obtenerse de los puntos extremos de la trayectoria (x=A) de modo que $E_T=kA^2/2=3.67$J	0.25
En el punto citado $E_T=k\cdot x^2/2+E_c$ → $3.67=117.5/2\cdot x^2+1.3$ → **x=0.2 m**	0.25

7. En una fábrica se están instalando alarmas contra incendios. Para medir la intensidad del sonido que generan se hace sonar una de ellas a 150 m de un receptor, donde se mide una intensidad de 0.20 W/m². Calcula el nivel de intensidad sonora correspondiente a esa lectura inicial. ¿A qué distancia habría que colocarse de ella para que el nivel de intensidad sonora fuera el máximo que permite la ley: 90 dB?
Dato: Intensidad umbral oído humano $I_o=10^{-12}$ W/m².

Cuestión 7	Puntos
Por definición el nivel de intensidad sonora es $L=10\cdot\log(I/I_o)=10\cdot\log(0.2/10^{-12})=$**113 dB**	0.5
Para que fuesen 90 dB la I' debería ser… $I'=I_o\cdot 10^{90/10}=10^{-3}$ W/m²	0.25
Como la I cae con r² → $I/I'=(r'/r)^2$ → **r'=2121 m**	0.25

8. Con objeto de estimar experimentalmente el valor de la constante de Planck, se ilumina la superficie de un metal con una luz de frecuencia $2.4\cdot 10^{15}$ Hz, y se produce el efecto fotoeléctrico de forma que los electrones llevan una energía de $1.152\cdot 10^{-18}$ J. En un segundo ensayo, a la radiación incidente se le da una frecuencia de $1.97\cdot 10^{15}$ Hz, y la energía de los electrones se reduce hasta $8.9\cdot 10^{-19}$ J. Deduce el valor estimado de la constante de Planck y el valor del trabajo de extracción.

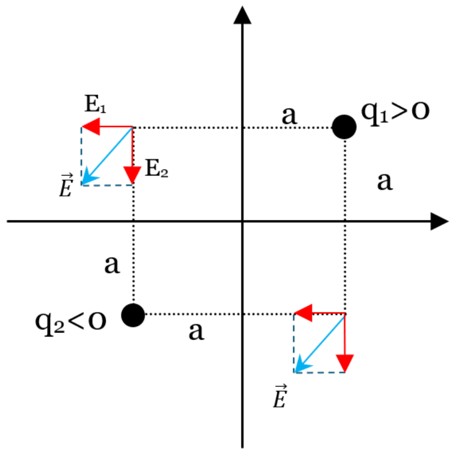
Cuestión 8	Puntos
En el efecto fotoeléctrico la Energía de la luz incidente se gasta en el trabajo de extracción y en la energía cinética que adquiere el electrón arrancado $E=h\nu=W_o+E_c$	0.25
En el primer ensayo $h\cdot 2.4\cdot 10^{15} = W_o + 1.152\cdot 10^{-18}$ En el segundo $h\cdot 1.97\cdot 10^{15} = W_o + 8.9\cdot 10^{-19}$	0.25
Resolvemos el sistema de ecuaciones y obtenemos ambas incógnitas $h=6.09\cdot 10^{-34}$ J·s $W_o=3.1\cdot 10^{-19}$ J	0.25 0.25

9. ¿En qué consiste una partícula α? ¿Y una β? El ${}^{210}_{84}Po$ es tóxico por inhalación e ingestión. Este isótopo es inestable y emite una partícula α, con lo que se transforma en plomo. Escribe la ecuación de desintegración correspondiente y determina los números másico y atómico del isótopo resultante del plomo. Si en lugar de una α observamos que emite 2 partículas β, determina los números atómico y másico del núcleo final.

Cuestión 9	Puntos
Una partícula α es un núcleo de Helio, con 2 protones y 2 neutrones	0.25
Una partícula β es un electrón	0.25
Dado que el número másico de α es 4 y el atómico 2 la reacción tiene que ser ${}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{206}_{82}Pb$	0.25
Si emite 2 partículas beta sería ${}^{210}_{84}Po \rightarrow 2\,{}^{0}_{-1}\beta + {}^{210}_{86}Rn$ El número atómico es Z=86 y el másico A=210 *Nota: No hay por qué saber que el producto corresponde a Radón, sólo dar Z y A*	0.25

10. Se tienen dos cargas puntuales: q_1 = 5 nC en el punto de coordenadas (a, a) y q_2 = - 5 nC en el punto de coordenadas (-a, -a). Las posiciones están en metros.
a) Hacer un esquema de las cargas y dibujar el vector campo eléctrico en los puntos de coordenadas (-a, a) y (a, -a).
b) Sabiendo que en el punto (-a, a) una carga q_0 = 4 nC experimenta una fuerza dada por

$\vec{F} = -5 \cdot 10^{-9}\vec{i} - 5 \cdot 10^{-9}\vec{j}$ (N), determinar el valor de a. Dato: K = $9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2.

Cuestión 10	Puntos
En base a los signos de las cargas, y a que sus valores absolutos son iguales y las distancias tambien el esquema sería así. 	0.5
Con cualquiera de las componentes (son iguales) se puede deducir "a" dado que por ejemplo $\lvert F_x \rvert = Kq_1q_0/(2a)^2$ $5 \cdot 10^{-9} = 9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9} \cdot 4 \cdot 10^{-9}/4a^2$ → **a=3m**	0.5

Sección 3: Cuestiones experimentales (elegir una). Puntuación máxima 1 punto cada una.

11. En lo más alto del monte Everest, realizamos un experimento para medir el valor de la gravedad terrestre, que a esta altura es de 9.77 m/s². Si medimos el periodo de oscilación varias veces obtenemos los siguientes resultados

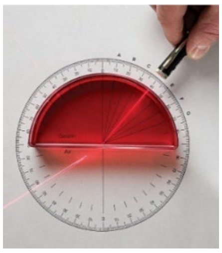
T(s)	0.89	0.88	0.90	0.88	0.91	0.92

¿Qué longitud tiene el péndulo que estamos usando? ¿Si duplicamos su longitud, el periodo de oscilación también se duplica? Justifica la respuesta.

Cuestión 11	Puntos
El periodo medio de nuestro experimento es $\overline{T}$ =0.8966 s	0.25
Como $T = 2\pi\sqrt{L/g}$	0.25
L=g(T/(2π))²=0.1989 m	0.25
Al depender el periodo de √L y no de L directamente, duplicar la longitud sólo se traduce en un aumento del periodo en √2. No se duplica	0.25

Nota: Aunque no es matemáticamente correcto sacar con cada tiempo una longitud, y luego hacer el promedio de los valores de L individuales, si alguien lo hace lo damos por válido anotando sólo ***1 error leve****.*

12. Hacemos incidir un haz de luz **en la parte curva** de un hemicilindro de un material desconocido, y registramos los ángulos de entrada y salida del haz en una tabla. Determina justificadamente el valor del índice de refracción del material, y copia la siguiente tabla en tus hojas completando las casillas vacías. Si algún valor no puede calcularse márcalo con un asterisco (*) y explica por qué.



$\theta_{incidente}$ (grados)	5	10	20	22.2	50
$\theta_{reflejado}$ (grados)	5	10	20	22.2	50
$\theta_{transmitido}$ (grados)	8.5	17.2	35.5	40	*

Cuestión 12	Puntos
Calcula los datos faltantes de la tabla (en rojo)	0.25
Conoce la 2ª ley de Snell: $n_1 \cdot sen(\theta_{inc}) = n_2\ sen(\theta_{trans})$	0.25
Determina n a partir de la segunda columna: **n=1.70**	0.25
En el caso de 50º se da reflexión total, de modo que NO hay haz transmitido	0.25