

**INSTRUCCIONES:**

- La prueba consta de **4 ejercicios de 2,5 puntos cada uno**.
- **Los ejercicios 1, 2 y 3** tienen dos opciones cada uno (a o b), tienes que resolver **solo una de las opciones**.
- Si realizas opciones de más, **se corregirán solo las primeras** que aparezcan resueltas.
- Debes redactar los ejercicios con claridad, detalladamente y razonando las respuestas.
- Se penalizarán las faltas de ortografía, errores y ausencia de unidades.
- La duración máxima de la prueba será **1 hora y 30 minutos**.
- Solo podrás utilizar **calculadoras permitidas (Tipo 1 o 2)**.

**Criterios de corrección**

- En aquellos apartados en los que los resultados dependan del anterior, se valorará como válidos si el planteamiento fuese correcto pero el resultado no, siempre que se deba a un error derivado del primer apartado.
- Las faltas de ortografía serán penalizadas según la siguiente tabla:

<b>Faltas de ortografía</b>	1	2	3	4 o más
<b>Puntuación</b>	0	0,25	0,5	1

- En las soluciones numéricas se debe especificar la unidad, en caso de ser necesario, manteniéndose las unidades usadas en el enunciado, salvo que se pida otra explícitamente, como las del Sistema Internacional. Los errores en las unidades se contabilizan globalmente en el examen, teniendo en cuenta tanto la unidad como el prefijo (de pico hasta Tera). La siguiente tabla muestra la penalización en la puntuación en función de los errores cometidos:

<b>Errores Unidades</b>	1	2	3	4	5	6 o más
<b>Puntuación</b>	0	0,25	0,25	0,5	0,5	0,75

- En la valoración de los ejercicios se tendrá en cuenta los criterios generales:
  - a. El planteamiento, desarrollo y la corrección en las operaciones.
  - b. La interpretación de los resultados cuando sea necesario.
  - c. Pensamiento crítico en la resolución de los ejercicios y cuestiones.
  - d. Los errores conceptuales y los errores operativos.
  - e. La claridad en la exposición, las explicaciones adicionales y la presentación y calidad del ejercicio.

**Ejercicio 1**

**Opción a. (2,5 puntos)** Se desea determinar la dureza de una pieza de acero al carbono mediante un ensayo de dureza Brinell. Para ello, se aplica una carga de 1200 kp, generando una huella en el material con un diámetro de 5.0 mm. Con base en esta información, responde lo siguiente:

- a. **(1 punto)** Determina el diámetro de la bola de ensayo, considerando que el acero al carbono tiene una constante  $K=12 \text{ kp/mm}^2$ .
- b. **(1 punto)** ¿Cuál es la dureza Brinell (HB) de la pieza de acero?
- c. **(0,5 puntos)** Sabiendo que el tiempo de aplicación de la carga fue de 25 s, escribe la expresión normalizada de la dureza Brinell.

**Solución 1.a:**

Datos:

$$\begin{aligned}
 F &= 1200 \text{ Kp} \\
 d &= 5 \text{ mm} \\
 K &= 12 \text{ Kp/mm}^2 \\
 T &= 25 \text{ s}
 \end{aligned}$$

a. Sabemos que  $F = K \cdot D^2$ , despejamos el diámetro:

$$D = \sqrt{\frac{F}{K}} = \sqrt{\frac{1200 \text{ Kp}}{12 \text{ mm}^2}} = \mathbf{10 \text{ mm}}$$

b. Aplicamos la fórmula para calcular la dureza Brinell:

$$HB = \frac{2 \cdot F}{\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})} = \frac{2 \cdot 1200 \text{ Kp}}{10 \cdot \pi(10 - \sqrt{10^2 - 5^2}) \text{ mm}^2} = \mathbf{57,02 \frac{\text{kp}}{\text{mm}^2}}$$

c. La expresión normalizada es

57 HB 10 1200 25

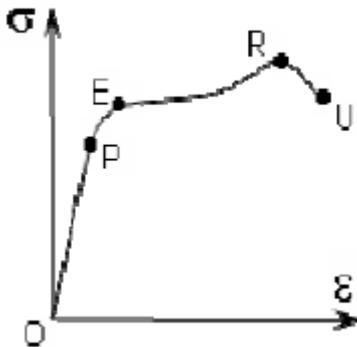
**Opción b. (2,5 puntos)** Responde a las siguientes cuestiones sobre el ensayo de tracción:

- (0,5 puntos)** Explica en qué consiste el ensayo de tracción.
- (1 punto)** Dibuja el diagrama esfuerzo-deformación típico de un metal indicando las zonas que se distinguen en él.
- (1 punto)** Explica el comportamiento del metal en cada zona con sus datos más relevantes.

**Solución 1.b:**

a. El ensayo consiste en someter a una pieza cilíndrica o prismática de dimensiones normalizadas (probeta), a una fuerza normal de tracción que crece con el tiempo de una forma lenta y continua, el cual finaliza, por lo general, con la rotura de la probeta. Durante el ensayo se mide el alargamiento que experimenta la probeta al estar sometida a una fuerza de tracción. Obteniéndose el diagrama esfuerzo – deformación.

b. El diagrama típico de un metal es el siguiente:



En el eje horizontal se representa el alargamiento o deformación unitaria:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

Y en el eje vertical la tensión o esfuerzo:

$$\sigma = \frac{F}{S_0}$$

Se aprecian 2 zonas: zona elástica (OE) y zona plástica (EU).

Dentro de la zona elástica se distinguen: zona proporcional (OP) y zona no proporcional (PE):

Dentro de la zona plástica se distinguen: zona límite de rotura (ER) y zona de estricción o de rotura (RU).

c. Zona elástica (OE): La deformación experimentada por la probeta no es permanente, es decir, si en cualquier punto entre O y E se detiene el ensayo, la probeta recupera su longitud inicial.

- Zona plástica (EU): Sus alargamientos son permanentes, si se detiene el ensayo en algún punto de esta zona, la probeta tiene ya se queda deformada.

- Zona proporcional (OP): Hay una relación proporcional entre la tensión y la deformación de la probeta. Se cumple:  $\sigma = E \cdot \varepsilon$  donde E es el módulo de elasticidad.

- Zona no proporcional (PE): No hay una relación proporcional entre la tensión o deformación. Al punto  $\sigma_E$  se le llama límite de elasticidad.

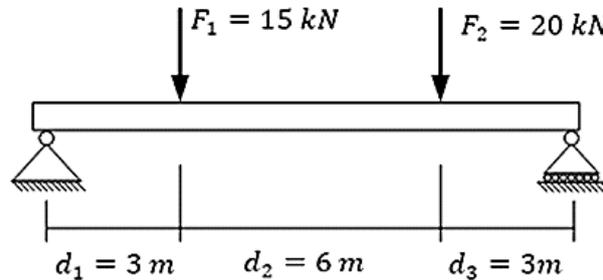
- Zona límite de rotura (ER): con incrementos de carga pequeños se consiguen grandes alargamientos. Al punto  $\sigma_R$  se le llama límite de rotura, a partir del cual el material se considera roto, aunque no se haya producido la rotura visual.

- Zona de estricción o de rotura (RU): Aunque baje la tensión a partir del punto R, el material sigue alargándose y se produce la rotura física total del material.

(0,75  
puntu

(0,25  
puntu

**Opción a. (2,5 puntos)** Se tiene la viga simplemente apoyada de la figura con las cargas puntuales  $F_1$  y  $F_2$ .

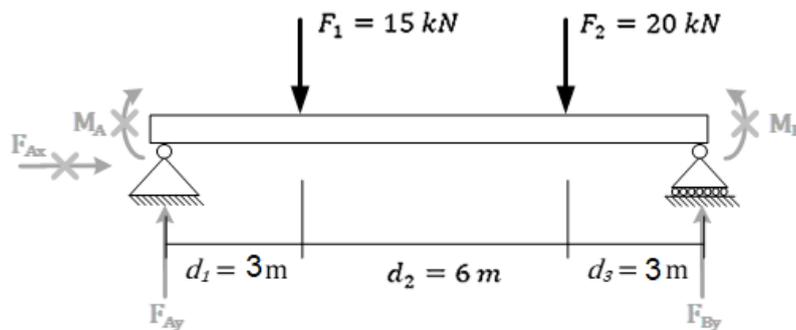


Se pide:

- (1 punto) Las reacciones en los apoyos.
- (1,5 puntos) Cálculo y representación del diagrama de momento flector y esfuerzo cortante.

### Solución 2.a

a. Realizamos el diagrama del cuerpo libre para identificar las reacciones:



Aplicamos las ecuaciones de equilibrio:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{Ax} = 0 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = F_1 \cdot d_1 + F_2(d_1 + d_2) - F_{By} \cdot (d_1 + d_2 + d_3) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow F_{By} = \frac{F_1 \cdot d_1 + F_2(d_1 + d_2)}{d_1 + d_2 + d_3} = \frac{15 \cdot 3 + 20 \cdot (3 + 6)}{3 + 6 + 3} = 18,75 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = F_{Ay} + F_{By} - F_1 - F_2 = 0 \rightarrow F_{Ay} = F_1 + F_2 - F_{By} = 15 + 20 - 18,75 = 16,25 \text{ kN}$$

b. Momento flector:

1 tramo:  $0 \leq x \leq 3$ :  $M_{x1} - F_{Ay} \cdot x = 0 \rightarrow M_{x1} = F_{Ay} \cdot x \rightarrow M_{x1} = 16,25x \text{ kNm}$

$$M_{x1}(0) = 16,25 \cdot 0 = 0 \text{ kNm}$$

$$M_{x1}(3) = 16,25 \cdot 3 = 48,75 \text{ kNm}$$

2 tramo:  $3 \leq x \leq 9$ :  $M_{x2} - F_{Ay} \cdot x + F_1(x - 3) = 0 \rightarrow M_{x2} = F_{Ay}x - F_1x + 3F_1 \rightarrow M_{x2} = 16,25x - 15x + 45$   
 $M_{x2} = 1,25x + 45 \text{ kNm}$

$$M_{x2}(3) = 3,75 + 45 = 48,75 \text{ kNm}$$

$$M_{x1}(9) = 11,25 + 45 = 56,25 \text{ kNm}$$

3 tramo:  $9 \leq x \leq 12$ :  $M_{x3} - F_{Ay} \cdot x + F_1(x - 3) + F_2(x - 9) = 0 \rightarrow M_{x3} = F_{Ay}x - F_1x + 3F_1 - F_2x + 9F_2$

$$M_{x3} = 16,25x - 15x + 45 - 20x + 180 \rightarrow M_{x3} = -18,75x + 225 \text{ kNm}$$

$$M_{x3}(9) = -18,75 \cdot 9 + 225 = 56,25 \text{ kNm}$$

$$M_{x3}(12) = -18,75 \cdot 12 + 225 = 0 \text{ kNm}$$

Esfuerzo cortante

Se puede calcular el efecto cortante usando  $T = \frac{dM}{dx}$  en los diferentes tramos:

$$1 \text{ tramo: } 0 \leq x \leq 3: T_{x1} = \frac{dM_{x1}}{dx} = \frac{d(16,25x)}{dx} = 16,25 \text{ kN}$$

$$2 \text{ tramo: } 3 \leq x \leq 9: T_{x2} = \frac{dM_{x2}}{dx} = \frac{d(1,25x+45)}{dx} = 1,25 \text{ kN}$$

$$3 \text{ tramo: } 9 \leq x \leq 12: T_{x3} = \frac{dM_{x3}}{dx} = \frac{d(-18,75x+225)}{dx} = -18,75 \text{ kN}$$

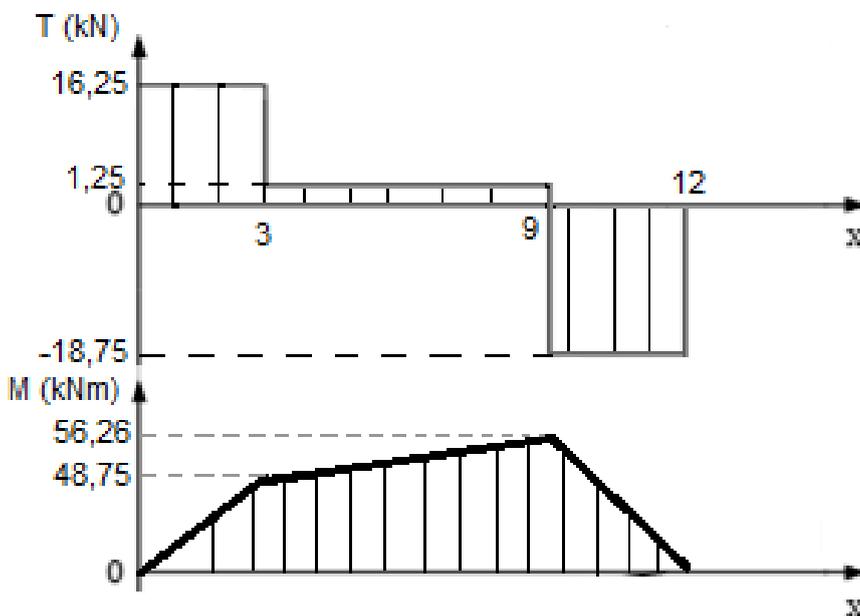
Otro método para calcular el esfuerzo cortante:

$$1 \text{ tramo: } 0 \leq x \leq 3: \sum F_y = F_{Ay} - T_{x1} = 0 \rightarrow T_{x1} = F_{Ay} = 16,25 \text{ kN}$$

$$2 \text{ tramo: } 3 \leq x \leq 9: \sum F_y = F_{Ay} - F1 - T_{x2} = 0 \rightarrow T_{x2} = F_{Ay} - F1 = 16,25 - 15 = 1,25 \text{ kN}$$

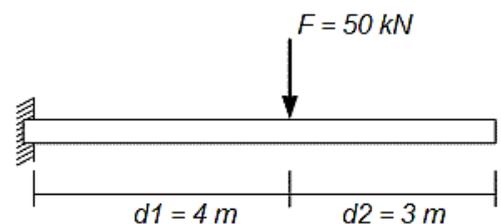
$$3 \text{ tramo: } 9 \leq x \leq 12: \sum F_y = F_{Ay} - F1 - F2 - T_{x3} = 0 \rightarrow T_{x3} = F_{Ay} - F1 - F2 = 16,25 - 15 - 20 = -18,75 \text{ kN}$$

Representación de Diagramas esfuerzo cortante y momento flector:



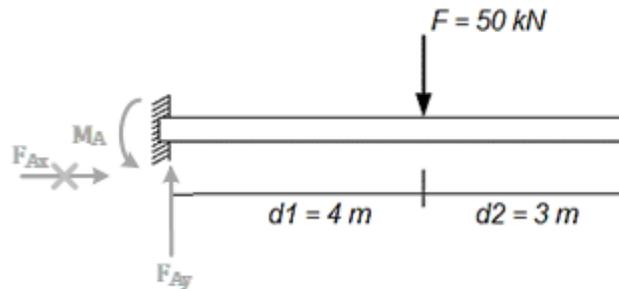
**Opción b. (2,5 puntos)** Se tiene la viga en voladizo de la figura con una carga puntual  $F$ .

- (1 punto)** Calcular las reacciones en el empotramiento.
- (1,5 puntos)** Calcular y representar los diagramas del momento flector y esfuerzo cortante.



**Solución 2.b:**

a. Atendiendo al siguiente dibujo:



Las reacciones son:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = F_{Ay} - F = 0 \rightarrow F_{Ay} = F = 50 \text{ kN}$$

$$\sum M_{A'} = -M_A + F \cdot d_1 = 0 \rightarrow M_A = F \cdot d_1 = 50 \cdot 4 = 200 \text{ kNm}$$

b. Analizando los dos tramos que hay en la viga:

1)  $0 \leq x \leq d_1$ :

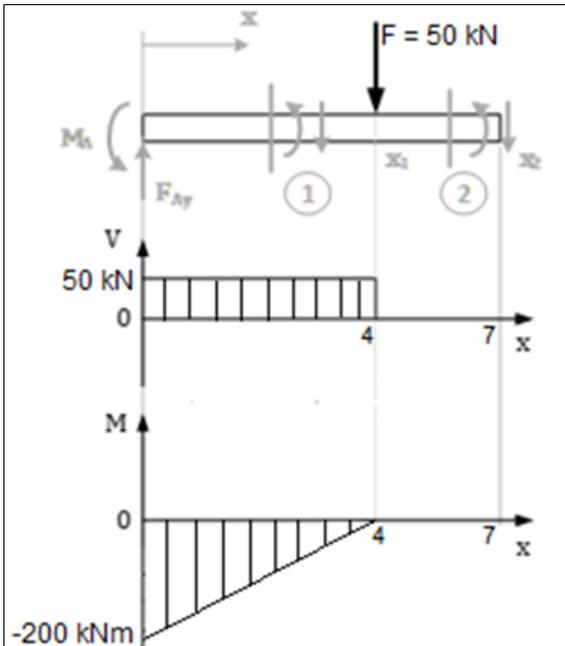
$$\sum F_y = F_{Ay} - V_1 = 0 \rightarrow V_1 = F_{Ay} = 50 \text{ kN}$$

$$\sum M = F_{Ay} \cdot x - M_1 - M_A = 0 \rightarrow M_1 = F_{Ay} \cdot x - M_A = 50x - 200 \text{ kNm}$$

2)  $d_1 \leq x \leq d_2$ :

$$\sum F_y = F_{Ay} - F - V_2 = 0 \rightarrow V_2 = F_{Ay} - F = 50 - 50 \text{ kN} = 0 \text{ kN}$$

$$\sum M = F_{Ay}x - F(x - d_1) - M_A - M_2 = 0 \rightarrow M_2 = F_{Ay} \cdot x - F(x - d_1) - M_A = 0 \text{ kNm}$$



Representación diagramas:

- Flector. (0,25 puntos)\*
- Cortante. (0,25 puntos)\*

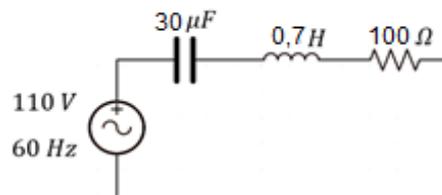
### Ejercicio 3

**Opción a. (2,5 puntos)** Tenemos un circuito serie RLC en serie que tiene un condensador de 30 microfaradios, una bobina de 0,7 henrios y una resistencia de 100  $\Omega$  conectados a un generador de 110 V y 60 Hz.

- a. **(0,75 puntos)** Calcula la reactancia inductiva, la capacitiva y la impedancia del circuito.
- b. **(0,5 puntos)** Calcula la intensidad que circula por el circuito y exprésala en forma polar y binómica.
- c. **(1,25 puntos)** Dibuja el triángulo de impedancia y de tensiones.

### Solución 3.a

El circuito es el que sigue:



a.

$$X_L = \omega L = 2\pi \cdot 60 \text{ Hz} \cdot 0,7 \text{ H} = 263,89 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot 60 \text{ Hz} \cdot 30 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 88,41 \Omega$$

$$\vec{Z} = 100 + 263,89j - 88,41j = 100 + 175,48j = 201,97_{60,32^\circ} (\Omega)$$

b.

$$\vec{i} = \frac{\vec{v}}{\vec{Z}} = \frac{110_{0^\circ}}{201,97_{60,32^\circ}} \rightarrow \vec{i} = 0,54_{-60,32^\circ} \rightarrow \text{Forma polar}$$

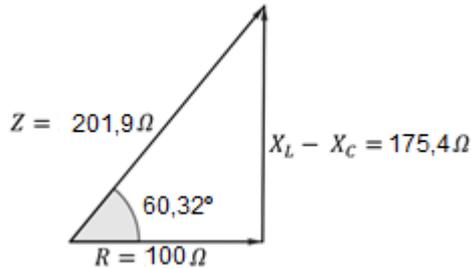
Forma binómica:

$$a = 0,54 \cdot \cos(-60,32) = 0,267$$

$$b = 0,54 \cdot \sin(-60,32) = 0,469$$

$$\vec{i} = 0,267 - 0,469j$$

c. Triángulo de impedancias:

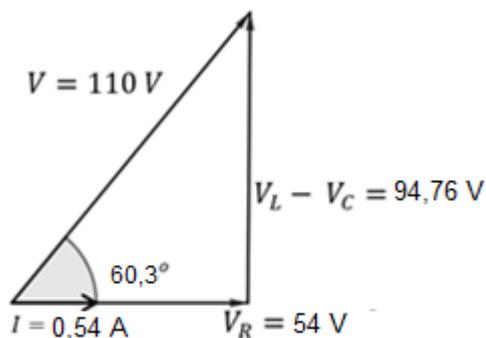


Para calcular el triángulo de tensiones, tomaremos la intensidad del circuito en el origen de fases. Calculamos la tensión que cae en cada componente:

$$V_R = i \cdot Z_R = 0,54 \cdot 100 = 54 \text{ V}$$

$$V_L = i \cdot Z_L = 0,54 \cdot 263,89 = 142,5 \text{ V}$$

$$V_C = i \cdot Z_C = 0,54 \cdot 88,41 = 47,74 \text{ V}$$

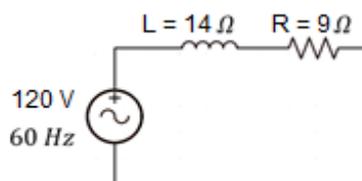


**Opción b. (2,5 puntos)** Un circuito serie RL tiene un generador de 120 V y 60 Hz, la resistencia tiene un valor de 9 Ω y la bobina una reactancia inductiva de 14 Ω.

- (1,5 puntos) Averigua la potencia activa, reactiva y aparente del circuito. Dibuja el triángulo de potencias.
- (1 punto) Calcular la capacidad que hay que conectar en paralelo con el generador para obtener un factor de potencia de 0,9.

### Solución 3.b

El circuito es:



a. Hallamos la impedancia:  $\vec{Z} = 9 + 14j$

Si pasamos la impedancia a forma polar, obtenemos el desfase entre la V y la I, es decir  $\varphi$ .

$$|Z| = \sqrt{9^2 + 14^2} = 16,64 \Omega$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{X_L}{R}\right) = \arctg\left(\frac{14}{9}\right) = 57,26^\circ \rightarrow \cos \varphi = 0,54$$

Ahora calculamos la intensidad en el circuito:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{120}{16,64} = 7,21 \text{ A}$$

Calculamos las potencias:

Potencia activa:  $P = V \cdot I \cdot \cos \varphi = 120 \cdot 7,21 \cdot 0,54 = 467,2 \text{ W}$

Potencia reactiva:  $Q = V \cdot I \cdot \sin \varphi = 120 \cdot 7,21 \cdot \sin 57,26^\circ = 727,74 \text{ VAr}$

Potencia aparente:  $S = V \cdot I = 120 \cdot 7,21 = 865,2 \text{ VA}$

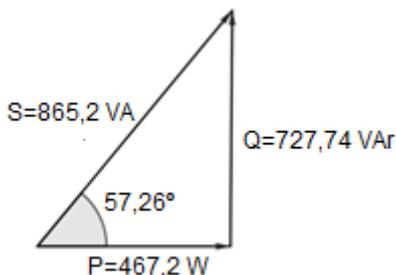
Otra forma:

Potencia activa:  $P = I^2 \cdot R = 7,21^2 \cdot 9 = 467,8 \text{ W}$

Potencia reactiva:  $Q = I^2 \cdot X_L = 7,21^2 \cdot 14 = 727,7 \text{ VAr}$

Potencia aparente:  $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{467,8^2 + 727,7^2} = 865,09 \text{ VAr}$

El triángulo de potencias queda:



b. Si  $\cos \varphi_2 = 0,9 \rightarrow \varphi_2 = \arccos 0,9 = 25,84^\circ$

Aplicamos la fórmula para calcular el valor del condensador:

$$C = \frac{P(\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2)}{\omega \cdot V^2} = \frac{467,2 (\operatorname{tg} 57,26 - \operatorname{tg} 25,84)}{2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 120^2} = 92,39 \mu\text{F}$$

Otro método: Tomamos  $Q_1 = 727,74 \text{ VAr}$ .

La potencia reactiva con  $\cos \varphi_2$  sería:  $Q_2 = \tan 25,84 \cdot 467,2 = 226,25 \text{ VAr}$

Se cumple que  $Q_2 = Q_1 - Q_c$  siendo  $Q_c$  la potencia reactiva del condensador.

Despejamos  $Q_c$ :

$$Q_c = Q_1 - Q_2 \rightarrow Q_c = 727,74 - 226,25 = 501,49 \text{ VAr}$$

Como  $Q_c = \frac{V^2}{X_c} \rightarrow X_c = \frac{120^2}{501,49} = 28,71 \Omega$

Sabemos que  $X_c = \frac{1}{\omega \cdot C} \rightarrow C = \frac{1}{X_c \cdot \omega} = \frac{1}{28,71 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 60} = 92,39 \mu\text{F}$

Materia: Tecnología e Ingeniería II

**(2,5 puntos)** Para proteger de forma eficiente una bodega donde hay botellas de vino valiosas se ha diseñado un sistema de seguridad formado por cuatro sensores y una alarma que nos avisa cuando se están produciendo situaciones de riesgo en la bodega.

Los cuatro sensores son los siguientes:

- A: un sensor de puerta principal que detecta si la puerta está abierta o cerrada.
- B: Un sensor de movimiento que nos indica si hay alguien dentro del almacén.
- C: un sensor de ventana que detecta si la ventana está rota o no.
- D: Sensor de horario nocturno que nos dice si es de noche o es de día.

La alarma debe activarse ( $S = 1$ ) en los siguientes casos:

- 1.- Si la puerta está abierta y hay movimiento dentro de la bodega.
- 2.- Si la ventana está rota y es de noche.
- 3.- Si hay movimiento dentro de la bodega y es de noche.

Responde:

- a. **(1 punto)** Construye la tabla de verdad con las cuatro variables de entrada (A, B, C, D) y la salida (Alarma).
- b. **(0,75 puntos)** Obtén la función lógica simplificada de la tabla anterior usando mapas de Karnaugh.
- c. **(0,75 puntos)** Implementa la función lógica obtenida mediante puertas NAND.

**Solución 4.**

a. Consideramos que:

- A = 1 → puerta abierta. A = 0 → puerta cerrada.
- B = 1 → hay movimiento en la bodega. B = 0 → No hay movimiento en la bodega.
- C = 1 → ventana rota. C = 0 → ventana intacta.
- D = 1 → horario nocturno. D = 0 → horario diurno.

Tabla de verdad:

A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

b. Mapas de Karnaugh:

CD\AB	00	01	11	10
00			1	
01		1	1	
11	1	1	1	1
10			1	

Hay 3 grupos de cuatro.

$$S = A \cdot B + B \cdot D + C \cdot D$$

c. Usamos puertas NAND para realizar la función anterior:

$$S = \overline{\overline{A \cdot B + B \cdot D + C \cdot D}} = \overline{\overline{A \cdot B} \cdot \overline{B \cdot D} \cdot \overline{C \cdot D}}$$

Ahora, implementamos la función con puertas NAND:

