

INSTRUCCIONES: El estudiante **deberá resolver obligatoriamente las preguntas 1 a 3, y elegir una opción de las dos propuestas en la pregunta 4 y 5.** Es decir, en las preguntas 4 y 5, contestará UNA sola de las opciones propuestas. Si resuelve más, se corregirá solo el primero de los dos apartados resueltos. Las respuestas a los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando dichas respuestas, ya que **se valorará en estas y en los procedimientos desarrollados el rigor matemático. Su falta se podrá penalizar con hasta 1 punto en todo el examen.** Solo se permite el uso de **calculadoras de tipo 1 y 2**, tal y como se indica en la información de las pruebas. Cada ejercicio completo puntuará 2 puntos. **Duración de la prueba: 90 minutos.**

PARTE A (preguntas 1, 2 y 3). Conteste TODAS las preguntas de esta parte

Pregunta 1.

Durante la misión Dulcinea, el equipo de control clasifica las alertas técnicas detectadas a bordo en tres sistemas: sistema de navegación, que genera el 50% de las alertas, el sistema de comunicaciones, que genera el 30% de las alertas y el sistema de soporte vital, que genera el 20% de las alertas.

Además, se sabe que el 4% de las alertas de navegación, el 6% de las de comunicaciones y el 10% de las alertas de soporte vital, son críticas. Si se elige una alerta al azar.

- [1 punto]** Calcula la probabilidad de que la alerta sea crítica.
- [1 punto]** Sabiendo que la alerta no es crítica, calcula la probabilidad de que proceda del soporte vital.

Pregunta 2.

Durante una campaña de promoción de productos de Castilla-La Mancha, una empresa dedicada a la venta de azafrán estima que el beneficio diario obtenido, expresado en cientos de euros, viene dado por la función:

$$B(x) = 80x \cdot e^{-0,5x}$$

Donde x representa el número de días transcurridos desde el inicio de la campaña

- [1,25 puntos]** Estudia el crecimiento y decrecimiento de la función $B(x)$ y determina el día en que el beneficio diario es máximo
- [0,75 puntos]** A largo plazo, ¿tiende el beneficio diario a estabilizarse en algún valor? En caso afirmativo determina dicho valor e interprételo en el contexto del problema.

Pregunta 3.

- [1 punto]** Determina los valores de a y b para que las matrices A y B cumplan que $A \cdot B = I$, donde I es la matriz identidad de orden 3.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & b \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- [1 punto]** Resuelve razonadamente el siguiente sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} X + Y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \\ 2X + 3Y = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 9 \end{pmatrix} \end{cases}$$

PARTE B (preguntas 4 y 5)

Pregunta 4. Conteste solo UNA de las siguientes preguntas (4.1 o 4.2)

4.1. Dados los vectores $\vec{u} = (1, -1, a)$, $\vec{v} = (2, a, 1)$ y $\vec{w} = (-1, 1, -1)$, se pide:

- [0,75 puntos]** Halla los valores reales de a para que los tres vectores sean coplanarios. Justifica tu respuesta.
- [1,25 puntos]** Halla los valores reales de a para que el volumen del paralelepípedo formado por los vectores del enunciado sea $10 u^3$.

4.2. [2 puntos] En un parque público, se está instalando un sistema de vigilancia mediante sensores de movimiento a ambos lados de un muro recto. Dicho muro está representado por el plano de ecuación:

$$\pi \equiv x + y + z - 6 = 0.$$

Uno de los sensores está situado en el punto de coordenadas $P(1,2,6)$ y se desea instalar un segundo sensor en el punto P' , simétrico del anterior respecto del plano π .

- [1,25 puntos]** Determina razonadamente las coordenadas del punto de instalación del segundo sensor, P' .
- [0,75 puntos]** Calcula la distancia entre los dos sensores.

Pregunta 5. Conteste solo UNA de las siguientes preguntas (5.1 o 5.2)

5.1.

a) **[1 punto]** Calcula justificadamente el siguiente límite: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-3} \right)^x$

b) **[1 punto]** Calcula justificadamente la siguiente integral: $\int e^x \cdot \operatorname{sen} x \, dx$

5.2. [2 puntos] Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{si } x < 1 \\ ax + b & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$, donde a y b son números reales. Determina

los valores de a y b para que la función sea continua y derivable en $x=1$