Pruebas de Acceso a Estudios Universitarios.

Bachillerato L. O. G. S. E.

Materia: MATEMÁTICAS II

La prueba consta de cuatro bloques con dos opciones cada uno. Debes contestar una única opción de cada bloque. Todas las opciones puntúan igual (2'5 puntos). Puedes usar cualquier tipo de calculadora.

PRIMER BLOQUE

A. Según el artículo "The design of honeycombs" de A. L. Peressini, el área de la superficie de una celda de un panal de abejas está determinada por la función

$$A(\theta) = p + q\frac{\sqrt{3} - \cos\theta}{sen\,\theta}$$

donde p y q son dos constantes reales positivas, y $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ un cierto ángulo. Calcula con qué ángulo θ construyen las abejas las celdas de un panal sabiendo que minimizan dicha área.

B. Se sabe que la recta recta $x = -3$ es una asíntota vertical de la función $f(x) = \dfrac{x^2}{x-a}$. Calcula el valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$. Estudia si para dicho valor del parámetro la función $f(x)$ tiene asíntotas horizontales u oblicuas.

SEGUNDO BLOQUE

A. Enuncia la fórmula de integración por partes. Aplícala para hallar $\displaystyle\int \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \ln(x)\, dx$.

B. Determina una función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que cumple que $f'''(x) = 3e^x + 2$, $f''(0) = 7$, $f'(0) = 3$ y $f(1) = 3(e+1)$.

TERCER BLOQUE

A. Determina, en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$, el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & a & 2 \\ 1 & -a & a & a \end{pmatrix}$

B. a) Clasifica, en función del parámetro $k \in \mathbb{R}$, el sistema de ecuaciones $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & + & z & = & 1 \\ 2x & - & y & + & z & = & 4 \\ 3x & + & y & - & z & = & k \\ & & y & + & z & = & -2 \end{array}\right.$

b) Resuélvelo cuando sea compatible determinado.

CUARTO BLOQUE

A. Consideramos los planos $\pi_1 \equiv x - 2y + z = 0$ y $\pi_2 \equiv 2x + ay + bz = 24$

a) Calcula $a, b \in \mathbb{R}$ para que los planos π_1 y π_2 sean paralelos. ¿Son coincidentes en dicho caso?

b) Calcula la ecuación general de un plano π_3 que equidiste de π_1 y π_2 para los valores de a y b antes obtenidos.

B. Dado el punto $P\,(0, -1, 0)$ y la recta $r \equiv \left\{\begin{array}{rcrcr} x = & 1 & & \\ y = & 2 & + & t \\ z = & & - & t \end{array}\right. , \quad t \in \mathbb{R}$

a) Determina la ecuación general del plano perpendicular a r que pasa por el punto P.

b) Halla las coordenadas de un punto Q de la recta r de modo que la distancia de P a r sea igual a la distancia de P a Q. Calcula dicha distancia.