Pruebas de Acceso a Enseñanzas Universitarias Oficiales de Grado (2015)
Materia:
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B.
Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora.

Propuesta A

1. *a) Despeja la matriz X en la siguiente ecuación matricial:* $3 \cdot X + X \cdot A + B = I^4$*, suponiendo que todas las matrices son cuadradas del mismo orden (I es la matriz identidad). (0.75 ptos)*

b) Dada la ecuación matricial: $X \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$*, despeja y calcula la matriz X. (0.75 ptos)*

Solución:

a)

$3 \cdot X + X \cdot A + B = I^4$

$3 \cdot X + X \cdot A + B = I$(0.25 puntos)

$X \cdot 3 + X \cdot A + B = I$

$X \cdot (3I + A) = I - B$ (0.25 puntos)

$X = (I - B) \cdot (3I + A)^{(-1)}$ (0.25 puntos)

b)

$X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}^{(-1)}$ (0.25 puntos)

$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}^{(-1)} = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ (0.25 puntos)

$X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 & -2/3 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$. (0.25 puntos)

2. *En un coro, la suma de sopranos, mezzosopranos y contraltos es igual a 15. Un día que tuvieron que cantar faltaron 2 mezzosopranos y 1 contralto debido a la gripe, de tal forma que ese día el número de sopranos era igual a la media aritmética de mezzosopranos y contraltos. Y además ese día el número de mezzosopranos y el número de contraltos coincidían.*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar el número total de sopranos, mezzosopranos y contraltos que tiene el coro asiduamente. (1.5 ptos)

b) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 ptos)

Solución:

a) Por cada ecuación bien planteada 0.5 ptos.

b) Por la resolución correcta del sistema planteado 0.5 ptos.

X= nº de sopranos

Y= nº de mezzosopranos

Z= nº de contraltos

$$\begin{cases} x + y + z = 15 \\ x = \frac{(y-2)+(z-1)}{2} \\ y - 2 = z - 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x + \quad y + z = 15 \\ 2x - y - z = -3 \\ \quad y - z = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \\ z = 5 \end{cases}$$

3. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & si\ x < -1 \\ t & si\ -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 4x & si\ x > 1 \end{cases}$

a) Halla el valor de t para que f sea continua en x = 1. (0.5 ptos)

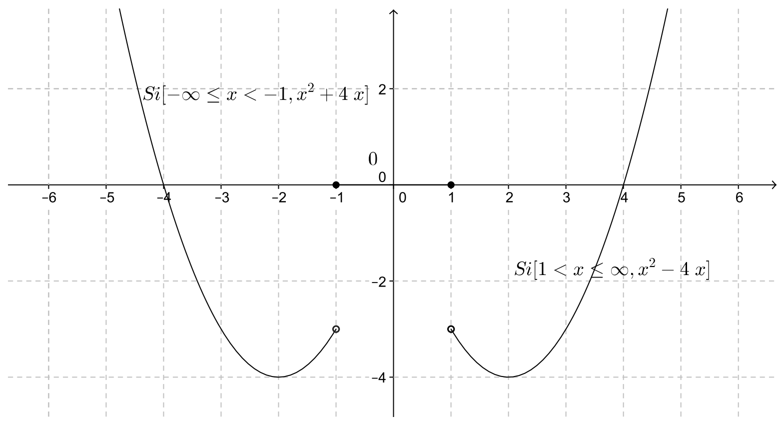
b) Para t = 0, representa gráficamente la función f. (1 pto)

Solución:

a) Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese pto con sus límites laterales.

Saber condiciones (0.25 ptos) .Cálculo correcto del valor, t=-3 (0.25 ptos).

b)



0.25 ptos por cada trozo bien dibujado. Todo correcto 1 pto.

4. *La evolución del precio de un determinado producto, en miles de euros, durante 6 meses, viene dada por la función* $f(t) = t^3 - 9t^2 + 15t + 50$, $0 \leq t \leq 6$, *siendo t el tiempo medido en meses.*

a) ¿Cuál fue el valor que alcanzó dicho producto el segundo mes (t=2)? (0.25 ptos)

b) ¿Cuándo alcanzó su precio máximo ese producto? ¿Y a cuánto ascendió?(0.75 ptos)

c) ¿Cuándo alcanzó su precio mínimo? ¿Y cuál es dicho valor?(0.5 ptos)

Solución:

a) $f(t = 2) = 52$ mil euros (0.25 euros)

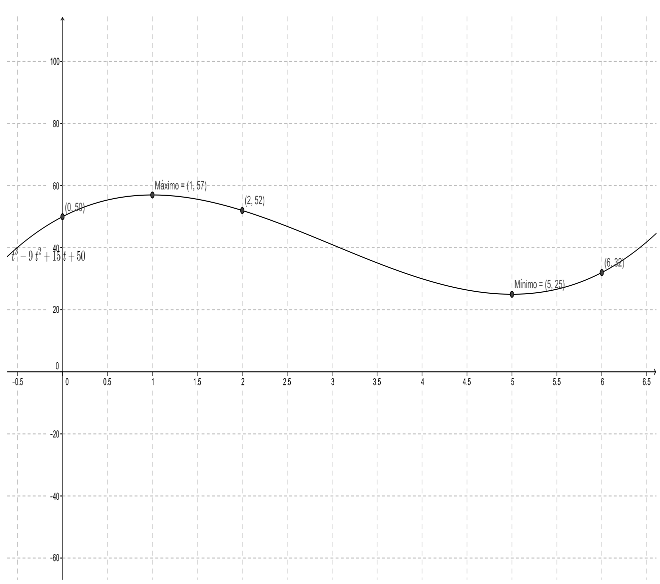
b y c) $f'(t) = 3t^2 - 18t + 15$ (0.25 ptos)

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1,\ \ t = 5$ (0.25 ptos)

$f''(t) = 6t - 18$

$f''(t = 1) = -12 < 0 \Rightarrow$ En el mes primero t=1 se alcanza su precio máximo que fue de 57 mil euros (0.5 ptos)

$f''(t = 5) = 12 > 0 \Rightarrow$ En el quinto mes se alcanzó el precio mínimo y fue 25 mil euros (0.25 ptos)



5. *De un estudio sobre accidentes de tráfico se dedujeron los siguientes datos: en el 15 % de los casos no se llevaba puesto el cinturón de seguridad, en el 60 % no se respetaron los límites de velocidad permitidos y en el 5 % de los casos no se cumplían ambas normas, es decir, no llevaban puesto el cinturón y no respetaban los límites de velocidad.*

a) Calcula la probabilidad de que, en un accidente de tráfico, no se haya cumplido alguna de las dos normas. (0.75 ptos)

b) Razone si son independientes los sucesos "tener accidente no llevando puesto el cinturón" y "tener accidente no respetando los límites de velocidad". (0.75 ptos)

Solución:

NC=No cinturón, $P(NC)$=0.15; EV=Exceso de velocidad, $P(EV)$=0.6;

$NC \cap EV$=No llevaba cinturón y no cumplía los límites de velocidad

$P(NC \cap EV) = 0.05$. Planteamiento (0.25 ptos)

a)

$P(NC \cup EV) = P(NC) + P(EV) - P(NC \cap EV)$=0.6+0.15-0.05=0.7 (0.5 ptos)

b)

$P(NC \cap EV)$=0.05 $\neq P(NC) * P(EV)$= 0.15*0.6=0.09. Luego no son independientes. (0.75 ptos)

6. *Se sabe que el número de pulsaciones después de realizar una serie de ejercicios sigue una distribución normal de desviación típica σ=5. Los siguientes datos representan las pulsaciones de 20 personas elegidas al azar después de realizar dichos ejercicios: 123, 125, 122, 134, 128, 129, 124, 130, 125, 126, 122, 127, 116, 128, 121, 125, 129, 123, 126 y 128.*

a) Determina el intervalo de confianza para la media poblacional del número de pulsaciones después de la realización de los ejercicios con un nivel de confianza del 97 %. (1 pto)

b) ¿Sería razonable pensar que este ejemplo proviene de una población normal con media μ= 113.4 con un nivel de confianza del 97 %? ¿Y con un nivel de significación igual a 0.08? Razona tus respuestas. (1 pto)

Solución:

a)

Del enunciado se deduce: $\bar{x}$ =125.55, n=20, σ =5

1- α = 0,97 $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ =2.17 (0.25 ptos)

IC=($\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$) (0.25 ptos)

IC= (125.55 - 2.17$\frac{5}{\sqrt{20}}$, 125.55 + 2.17$\frac{5}{\sqrt{20}}$) =(123.1239, 127.9761) (0.5 ptos)

b)

No ya que 113.4$\notin$(123.1239, 127.9761) no pertenece al intervalo de confianza al 97 % (0.5 ptos)

Con un nivel de confianza del 92 % disminuiría más la amplitud del intervalo luego tampoco estaría dentro del intervalo, se rechazaría la afirmación. (0.5 ptos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

Propuesta B

1. *Una empresa tiene 1100 latas de perdiz en escabeche y 1000 latas de lomo de orza. Desea elaborar dos tipos de lotes para regalo con dichas latas: lotes de tipo A formados por una lata de perdiz en escabeche y dos de lomo de orza, que venderá a 70 euros; lotes de tipo B formados por dos latas de perdiz en escabeche y una de lomo de orza que venderá a 60 euros.*

a) Expresa la función objetivo. (0.25 ptos)

b) Describe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. (0.75 ptos)

c) Halla el número de lotes de cada tipo que debe preparar para obtener la mayor cantidad de dinero. (0.5 ptos)

Solución:

a)

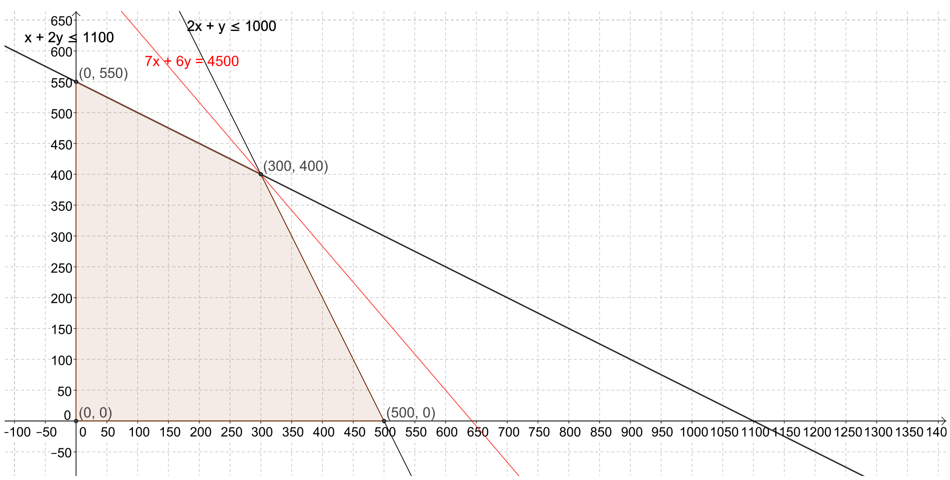
x=número de lotes de tipo A y=número de lotes de tipo B

max z=70x+60y (0.25 ptos)

b)

$$\begin{array}{lcl} x+2y & \leq & 1100 \\ 2x+y & \leq & 1000 \\ x \geq 0 & & \\ y \geq 0 & & \end{array}$$

(0.25 ptos) Restricciones.



(0.25 ptos) Representación gráfica.

Vértices (0,0),(500,0),(300,400) y (0,550). (0.25 ptos) Cálculo de vértices.

c)

Solución óptima 300 lotes de tipo A y 400 de tipo B de valor 45000 euros. (0.5 ptos)

2. *En una pequeña empresa de procesado de alimentos para su conservación, se tratan tres tipos de productos alimenticios: A, B y C. Estos alimentos pasan por tres procesos para su conservación: lavado, escaldado y congelación. En la tabla siguiente se muestra el tiempo que necesita un lote de cada tipo para su procesado:*

	A	*B*	*C*
Lavado	*5 minutos*	*3 minutos*	*2 minutos*
Escaldado	*10 segundos*	*20 segundos*	*30 segundos*
Congelación	*2 horas*	*3 horas*	*1 hora*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántos lotes de cada producto alimenticio se pueden procesar con una disponibilidad de 825 minutos para lavado, 4000 segundos para el escaldado y 475 horas para congelado.(1.5 ptos)

b) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 ptos)

Solución:

a) Por cada ecuación bien planteada 0.5 ptos.

b) Por la resolución correcta del sistema planteado 0.5 ptos.

X= nº de lotes del producto A

Y= nº de lotes del producto B

Z= nº de lotes del producto C

$\left\{\begin{array}{rrl} 5x+ & 3y+ & 2z=825 \\ 10x+ & 20y+30z & =4000 \\ 2x+ & 3y+ & z=475 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} x=100 \\ y=75 \\ z=50 \end{array}\right.$

3. *Se considera la función* $f(x)=\left\{\begin{array}{ll} x^2+6x+9 & si\ x<-1 \\ 1 & si\ -1\leq x\leq 1 \\ x^2-6x+9 & si\ x>1 \end{array}\right.$

a) Estudia su continuidad en x = -1. (0.5 ptos)

b) Calcula los extremos relativos de la función $f(x)$ en el intervalo (1, 4). (0.5 ptos)

c) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ en $(1,+\infty)$. (0.5 ptos)

Solución:

a) Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese pto con sus límites laterales.

Saber condiciones (0.25 ptos)

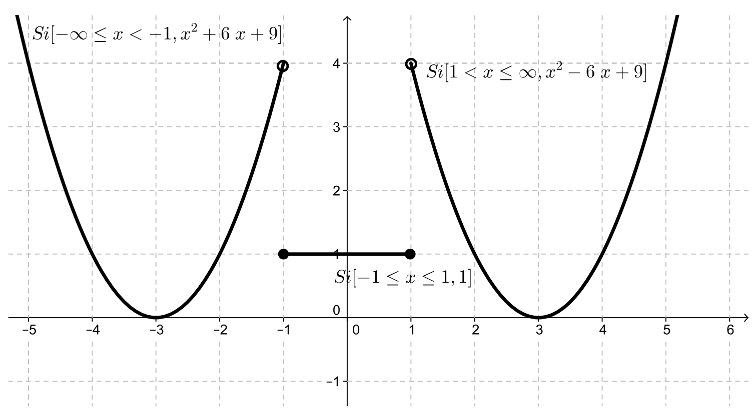
No es continua en x=-1, ya que no coincide el valor de la función con el límite por la izquierda (0.25 ptos)

b)

Saber condiciones de extremo (0.25 ptos). Tiene un mínimo en (3,0) (0.25 ptos)

c)

En (1,3) decreciente y en (3,+∞) creciente (0.5 ptos)



4. *Determina una función polinómica de segundo grado sabiendo que tiene un mínimo relativo en el punto (3, 2) y que la recta tangente a dicha función en el punto de abscisa x=4 es paralela a la recta y=2x+7.(1.5 ptos)*

Solución:

$f(x)=ax^2+bx+c$

$f(3)=2\Rightarrow 9a+3b+c=2$ (0.25 ptos)

$f'(x)=2ax+b$ (0.25 ptos)

$f'(x=3)=0\Rightarrow 6a+b=0$ (0.25 ptos)

$f'(x=4)=2\Rightarrow 8a+b=2$ ya que la recta tangente es paralela a y=2x+7 (0.25 ptos)

$\left\{\begin{array}{l} 6a+b=0 \\ 8a+b=2 \end{array}\right. \Rightarrow b=-6,\ a=1$ (0.25 ptos)

$c=2-9a-3b=2-9+18=11$ (0.25 ptos) Luego la función es: $y=x^2-6x+11$

5. *Una persona que corre habitualmente tiene una probabilidad 0.01 de lesionarse. Suponiendo que el hecho de que una persona se lesione es independiente de que otra se lesione o no.*

a) ¿Cuál es la probabilidad de que se lesionen dos personas que corren habitualmente? (0.25 ptos)

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se lesionen al menos una de cuatro personas que corren habitualmente? (0.5 ptos)

c) ¿Cuál es la probabilidad de que se lesione exactamente una persona de dos que corren habitualmente? (0.75 ptos)

Solución:

L= lesionarse; P(L)=0.01;

a) P(Dos lesiones)=P(L)*P(L)=0.01*0.01=0.0001. (0.25 ptos)

b) P(Al menos 1)=1-P(ninguna de cuatro)=1-$(0.99)^4$ =0.03940399 (0.5 ptos)

c) $P(L1 \cap NL2) + P(NL1 \cap L2)$= 0.01*0.99+0.01*0.99=0.0198 (0.75 ptos)

6. *Un fabricante de lámparas LEDs sabe que la vida útil de una lámpara LED sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 1000 horas. Tomando una muestra aleatoria de lámparas producidas por dicho fabricante, se ha obtenido el siguiente intervalo de confianza para la media poblacional (49804 , 50196) con un nivel de confianza del 95 %.*

a) Calcula el tamaño de la muestra utilizada y calcula el valor que se obtuvo para la media muestral.(1.25 ptos)

b) ¿Cuál sería el error máximo admisible si se hubiera utilizado una muestra de tamaño 50 y un nivel de confianza del 92.98 %? (0.75 ptos)

Solución:

a)

Del enunciado se deduce: $\sigma = 1000$

1- $\alpha = 0{,}95$ $Z_{\frac{\alpha}{2}}$=1,96 (0.25 ptos)

IC=($\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $\bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$) = (49804 , 50196) (0.25 ptos)

$\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \bar{x} - 1{,}96 \frac{1000}{\sqrt{n}} = 49804$

$\bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \bar{x} + 1{,}96 \frac{1000}{\sqrt{n}} = 50196$

$1.96 \cdot 2 \frac{1000}{\sqrt{n}}$=392 $\Rightarrow$ $\frac{2 \cdot 1{,}96 \cdot 1000}{392} = \sqrt{n} \Rightarrow n$=100 (0.5 ptos)

$\bar{x}$=49804+1.96 ·100= 50000 (0.25 ptos)

b)

1- α =0.9298 $\rightarrow \alpha = 0.0702 \rightarrow \alpha/2$=0.0351 $\rightarrow$, $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ =1.81 (0.25 ptos)

Error máximo admisible=E= $Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$=1.81 $\frac{1000}{\sqrt{50}}$ =255.9727≈ 256 (0.5 ptos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767